

Uplatnění vztahu $E = mc^2$ při vzniku t kvarku – Analýza dat z detektoru D0 ve Fermilabu

Pracovní list s poznámkami pro učitele

Rozdejte studentům dvoustránkový pracovní list s několika úkoly vedoucími k nalezení hmotnosti t kvarku (najdete jej v příloze A.2). Zároveň by měli mít k dispozici obrázky A.3 – A.7 (opět příloha A.2), neboť některé z nich budou potřebovat ke své práci. Nejdůležitější z nich je graf CAL+TKS END VIEW (jeden z obrázků A.5, A.6 nebo A.7). Protože tento úkol je celkem složitý, vysvětlíte studentům postupně jednotlivé kroky. Můžete při tom využít poznámky z tohoto textu. Šíře informací, které studentům poskytnete, záleží na časových možnostech i projeveném zájmu ze strany studentů.

Úvod: Dnes využijete Einsteinovu slavnou rovnici a data naměřená na detektoru ve Fermilabu v roce 1995. Budete zkoumat speciální událost, kterou detektor zaznamenal, a sami určíte hmotnost nejtěžšího kvarku t , který byl objeven jako poslední ze všech kvarků právě ve Fermilabu v roce 1995.

Platnost Einsteinovy slavné rovnice je denně ověřována v urychlovačích částic po celém světě. Fyzikové pracují s ekvivalencí hmoty a energie téměř tak často jako průměrný středoškolák sleduje televizi a přepíná mezi jednotlivými kanály. Přesto se tato svého času revoluční myšlenka nestala běžnou součástí školní výuky. Jednoduše proto, že se zdá jen velmi obtížně vysvětlitelná jednoduchým a dostupným způsobem. K pochopitelnému vysvětlení můžeme využít data z detektoru D0 ve Fermilabu. Většina událostí zkoumaných na detektorech v urychlovačích je mnohem složitější než událost, kterou se budeme zabývat, ale my využijeme právě toho, že se v přírodě vyskytují i takto jednoduché (oproti ostatním) procesy. Budeme-li se zabývat problémem vzniku dvou kvarků (v našem případě kvarku t a kvarku \bar{t} – jeho antičástice), využijeme princip ekvivalence hmoty a energie. Dvojice t a \bar{t} vznikne při srážce protonu a antiprotonu. Tento proces si můžeme představit jako srážku dvou pingpongových míčků, při níž vzniknou nové dva míčky pingpongové velikosti, ale nesrovnatelně těžší. Protony a antiprotony se srážejí s velkou energií a při jejich srážce vznikne t kvark, který je 180x těžší než proton. Znamená to, že energie lehčích protonů se přemění v obrovskou hmotu výsledného t kvarku.

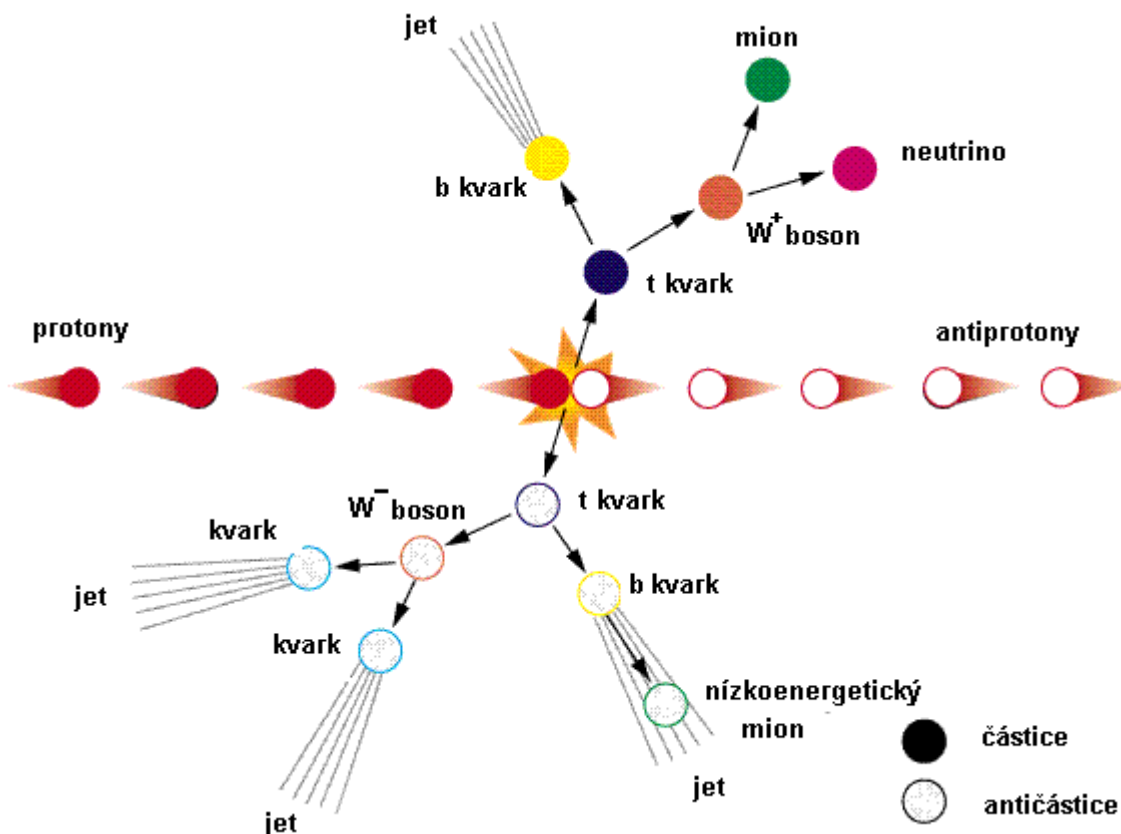
Přeměna energie na hmotu bude možná srozumitelnější, pokud si uvědomíme, že dvojice proton a antiproton se před srážkou pohybovala rychlostí blízkou rychlosti světla a dohromady dosahovala jejich energie hodnoty $1,8 \times 10^{12}$ eV. A právě tato energie se přeměnila na hmotu nově vzniklých kvarků.

Vědci měří energii subjaderných částic v jednotkách elektronvolt (eV). Elektronvolt je jednotkou energie stejně jako joule. Protože se v subjaderné fyzice pracuje s velkými energiemi, častěji než s elektronvolty se setkáme s jednotkou GeV (gigaelektronvolt), jež je rovna 10^9 eV. Můžeme zde využít vztahu pro ekvivalenci hmoty a energie $E = mc^2$ a po vydělení rovnice konstantou c^2 získáme vztah pro hmotnost $m = E/c^2$. Tímto vztahem je určena nová jednotka hmotnosti eV/c^2 , kde c je rychlost světla. Jednotku eV/c^2 používáme k vyjádření hmotnosti částic. Pokud si zvolíme soustavu jednotek, v níž položíme rychlost světla rovnu 1, bude jednotkou hmotnosti přímo eV.

Fyzikové z Fermilabu pozorovali t kvark poprvé v roce 1995, když sráželi protony a antiprotony s energiemi $900 \text{ GeV}/c^2$. Hmotnosti částic, které tehdy změřili, jsou uvedeny níže.

Hmotnost protonu	$9,38 \times 10^8 \text{ eV}/c^2$	$0,938 \text{ GeV}/c^2$
Hmotnost t kvarku	$1,75 \times 10^{11} \text{ eV}/c^2$	$175 \text{ GeV}/c^2$

Aby studenti lépe pochopili celý proces, můžete jim ukázat obrázek 11.9 ze srážky kvarků t a \bar{t} , která se udála v detektoru D0 ve Fermilabu 9. července 1995. Studenti mají ve svém pracovním listě černobílou verzi tohoto obrázku.



Obr. 11.9: Vznik kvarku t a \bar{t} zaznamenaný detektorem D0 ve Fermilabu

Obrázek 11.9 můžete vytisknout na folii a ukázat studentům, jak by vypadal vznik t a \bar{t} kvarku, kdybychom se na něj mohli podívat přímo ve středu urychlovače. Je důležité zdůraznit, že t a \bar{t} kvark jsou částice s velmi krátkou dobou života. Velmi rychle se rozpadají na dceřiné částice a ty se také přeměňují na další generaci částic atd. A právě tyto nově vzniklé částice zaznamenávají fyzikové na detektorech ve Fermilabu.

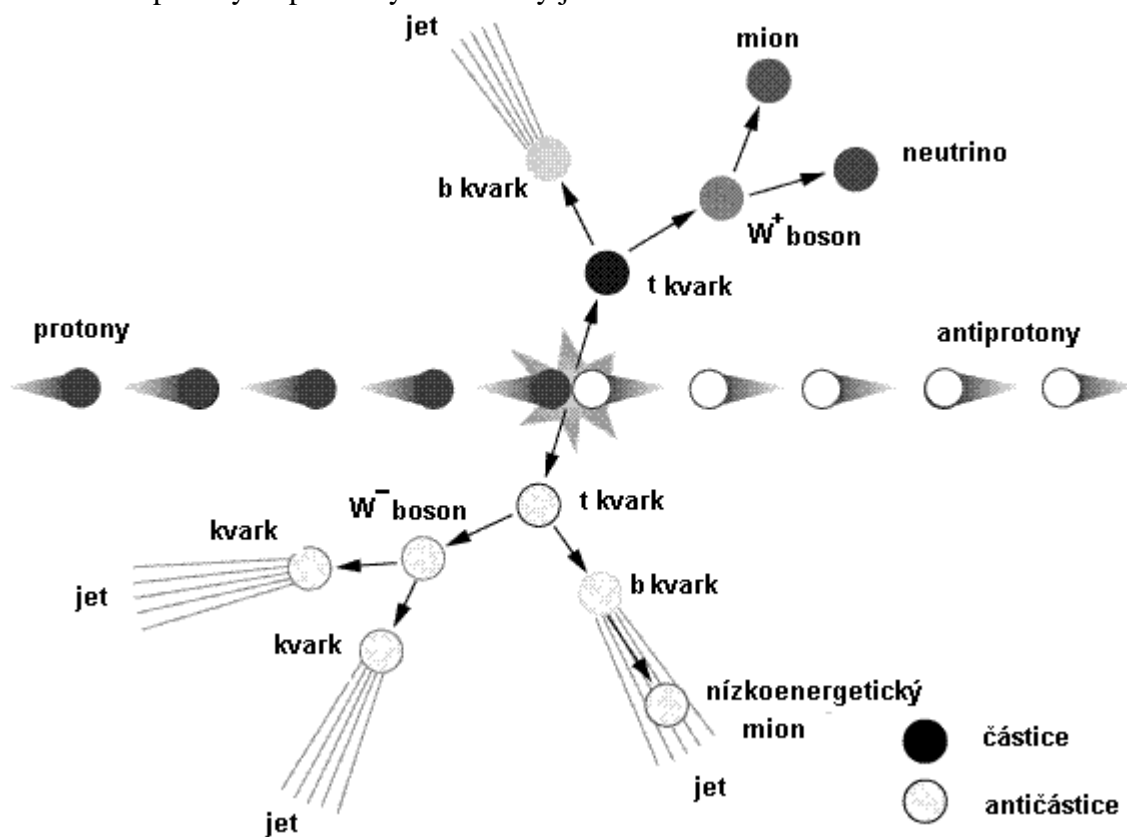
Událost na obrázku 11.9 ukazuje, že kvarky t a \bar{t} nejsou nikdy pozorovány přímo, protože se velmi rychle rozpadají a vznikají tzv. jety částic (spršky). Na obrázku jsou znázorněny schematicky jako rozbíhající se čáry.

Část I

Před sebou byste měli mít barevný graf zachycující jeden z možných výsledků srážky protonu a antiprotonu (jeden z obrázků A.5, A.6 nebo A.7 nazvaný CAL+TKS END VIEW). Takto zaznamenal srážku detektor. Budeme se zabývat právě tímto speciálním případem.

Obecný proces srážky schematicky znázorňuje obrázek níže. Graf před vámi ukazuje pouze výsledné produkty. Přestože se událost zdá na první pohled docela komplikovaná, můžeme ji shrnout do tvrzení, že se srazí proton a antiproton a vznikne dvojice t a \bar{t} kvark. Tyto těžké částice mají velmi krátkou dobu života a rychle se rozpadají na další částice, které se opět

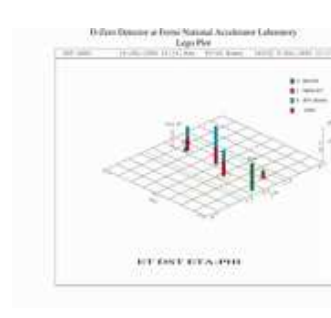
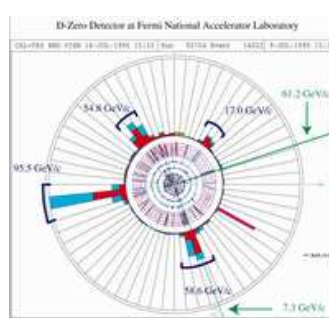
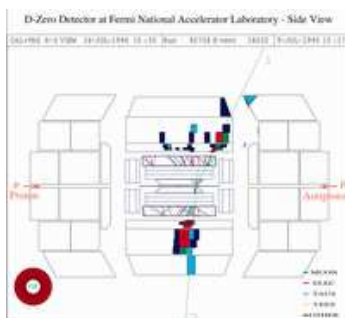
rychle rozpadnou. A právě rozpadové produkty zaznamená detektor, v němž se srážka odehrála. Jsme schopni pozorovat čtyři tzv. jety (spršky částic), které vzniknou rozpadem částice W boson a lehčích kvarků. Všimněte si nízkenergetického mionu schovaného v jednom z jetů. Dalšími rozpadovými produkty této srážky jsou mion a neutrino.



Obr. 11.10: Vznik kvarku t a \bar{t} zaznamenaný detektorem D0 ve Fermilabu

Celý úkol pro studenty je postaven na znalosti sčítání vektorů a žákům by měl k jejímu zvládnutí stačit pouze krátký úvod do světa částicové fyziky. Cíl, kterého by studenti měli během této hodiny dosáhnout, je jednoduchý – určit hmotnost t kvarku.

Do přílohy A.2 byly zařazeny tři různé grafické pohledy na stejnou událost označenou jako Run 92704 Event 14022. Jsou to počítačem vygenerované obrázky, které zobrazují událost popsanou výše. Pro lepší prostorovou představu o tomto procesu se nejprve podívejte na barevný graf nazvaný CAL+TKS R-Z VIEW (obr. A.3), který zobrazuje pohled na událost z boční strany detektoru. Pro vaši práci bude nejdůležitější graf označený CAL+TKS END VIEW (obr. A.5), kde je událost zobrazena v příčném průřezu detektorem. Poslední graf je označen jako DST LEGO (obr. A.4) a znázorňuje tutéž událost rozvinutou do plošné sítě (PHI jsou úhly probíhající příčný řez detektorem, ETA úhly probíhající podélný řez).



Obr. 11.11: Různé zobrazení jedné zkoumané události, zmenšenina obrázků

Pokud se seznámíte se všemi třemi různými pohledy na zkoumanou událost, zaměřte se na CAL+TKS END VIEW (prostřední obrázek). Toto znázornění se nejvíce podobá kresbě, kterou mají studenti v pracovních listech, a bude použito k „experimentální“ části úkolu. Všimněte si čtyř červenomodrých „jetů“, které odpovídají čtyřem jetům na schematicém obrázku. Určitě také zaznamenáte plnou zelenou čáru v pravé části grafu, která znázorňuje dráhu mionu. Přerušovaná zelená čára procházející spodním jetem představuje skrytý mion. Hybnosti každého jetu i obou mionů byly v detektoru změřeny a jejich hodnoty jsou vepsány v grafu. Růžový sloupeček, u něhož není v grafu uvedena hodnota hybnosti, je neutrino, které do grafu doplnil počítač. Detektor totiž procházející neutrino ve většině případů nezaznamená (neutrino jen velmi zřídka interagují s látkou), proto se jejich energie a směr musí dopočítat. Celková hybnost v systému před srážkou a po srážce musí být nulová (platí zákon zachování hybnosti), a tak se stačí podívat na celkovou hybnost po srážce (to je nenulová hodnota) a vy-počítaný rozdíl přiřknout neutrino. A právě určení chybějící hybnosti čeká na studenty a po-vede k určení hmotnosti t kvarku.

Po pečlivém prohlédnutí barevného grafu s daty z detektoru si určitě všimnete, že neutrino popisuje růžový sloupeček, u kterého ovšem chybí hodnota hybnosti, která je vyznačena u všech ostatních produktů srážky. Fyzikové vědí z teoretických modelů, že při této srážce neutrino vzniká, ale protože neutrino jen velmi zřídka interagují s látkou, nemůže být hybnost neutrino změřena přímo. Přesto nám může porovnání celkové hybnosti před srážkou a po srážce prozradit, jakou hybnost má vzniklé neutrino.

Úkol: Sestrojte vektorový diagram k určení hybnosti neutrino. Nezapomeňte, že celková hybnost systému musí být nulová, proto bude „chybějící“ hybnost patřit právě neutrino.

Výpočet hybnosti produktů srážky

Hybnost každého jetu a částice vypočítal počítač a hodnoty najdou studenti v grafu. Tato čísla použijí k sestrojení vektorového diagramu, který bude zachycovat produkty zkoumané srážky. Ze sestrojeného vektorového diagramu se pokusí určit energii „neviditelného“ neutrino.

Vysvětlíte studentům, že tento úkol je založen na zákonu zachování hybnosti. Cílem je určit hybnost „neviditelného“ neutrino postupným sčítáním vektorů hybnosti produktů srážky. Směr a velikost vektorů musí určit z grafu. Po sečtení všech viditelných hybností nedostanou nulový vektor. Aby platil zákon zachování hybnosti, musí přidat do grafu další vektor, který bude stejně velký, ale opačně orientovaný než součet všech vektorů hybnosti z grafu. A tento vektor bude hledaným vektorem hybnosti neutrino.

Výsledkem studentských výpočtů by měly být hodnoty blízké těm, které spočítal počítač. Studenti mohou pracovat s grafem události 14022 (obr. A.5) nebo mohou použít simulace téhož typu události, které jsou přiloženy k obrázkům v příloze A.2 (obr. A.6 a A.7).

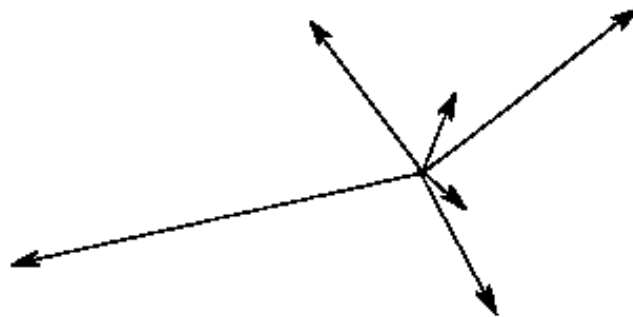
Hodnoty hybnosti neutrino pro jednotlivé události určené počítačem:

Událost	14022	hybnost neutrina	53,9 GeV/c
Událost	153	hybnost neutrina	43,6 GeV/c
Událost	553	hybnost neutrina	45,3 GeV/c

Nalezený směr hybnosti můžete ověřit nezávislým sečtením původních vektorů z jednotlivých grafů nebo mohou studenti vzájemně porovnat své výsledky (pokud pracovali se stejnými daty). Mějte na paměti, že studenti nemusí dostat stejné hodnoty hybnosti neutrina jako určil počítač. Ani směr nalezeného vektoru nemusí být úplně přesný. Chyby vzniknou díky nepřesnosti při sestavování vektorového diagramu a svou roli mohou také hrát efekty, které jsou popsány v pozn. [1].

Přesto by studenti zpracovávající stejnou událost měli nalézt přibližnou rozumnou hodnotu hybnosti neutrina.

Ukázka vektorového diagramu zachycujícího událost 14022:



Pozn. [1]: Je důležité uvědomit si, že tento způsob hledání hybnosti neutrina funguje pouze v případě, že každá z částic vzniklých při srážce má nulovou složku rychlosti ve směru osy z (žádná částice se nepohybuje ve směru původního svazku protonu a antiprotonů). Využíváme tedy toho, že námi zkoumaná událost se odehrává v rovině kolmé na původní svazek a problém můžeme řešit pouze ve dvou rozměrech. Při „rozvinutí“ grafu události v ob-rázku DST LEGO vidíme, že příroda zařídila, aby se všechny produkty našeho rozpadu pohybovaly v těsné blízkosti osy $\eta = 0,0$ (všechny jsou kolmé na svazek protonů a antiprotonů). U jiných druhů rozpadů už situace tak jednoduchá není a musí se počítat i s třetí složkou vektorů.

Dále můžete na grafech vidět také tzv. „šum“ detektoru (v pohledu CAL+TKS END VIEW jsou to malé červené nebo modré sloupečky mimo směry jetů). I tento šum ovlivní výsledek vektorového diagramu. Šum představuje neurčitost měření, která vzniká u každého experimentu, protože rozlišovací schopnosti všech přístrojů, detektory částic nevyjímaje, má své hranice.

Otázka 1: Jaká je hybnost neutrina v této události?

Část II:

Známy vztah $E = mc^2$ je možné také přepsat do podrobnější podoby $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$, kde m_0 je klidová hmotnost. V uvedeném vztahu je dobře vidět, jak se skládá příspěvek klidové hmotnosti a příspěvek hybnosti (míry pohybu) do celkové energie. Při velmi vysokých energiích je příspěvek hybnosti podstatný a příspěvek klidové hmotnosti zanedbatelný. Pak se energie prakticky rovná hybnosti vynásobené rychlostí světla ($p \cdot c$). Pokud zvolíte správnou soustavu jednotek ($c = 1$), je možné pro tak energetické částice dát do rovnosti hybnost a energii. Naopak, narozený t kvark a jeho antikvark jsou těžké a pomalé a ve vztahu $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$ tak můžeme zanedbat jejich hybnosti. Energie je proto rovna přímo klidové energii resp. klidové hmotnosti (položili jsme $c = 1$!) t a \bar{t} páru.

Můžeme tedy předpokládat, že celková energie, která pochází ze **dvou** (částice a antičástice) t kvarků, je rovna součtu hodnot hybností všech rozpadových produktů naší srážky.

Vyplňte do následující tabulky hodnoty hybnosti z barevného grafu s daty z detektoru. Do posledního sloupce doplňte hodnotu hybnosti neutrino, kterou jste před chvílí určili v Části I.

Hybnost, energie nebo hmotnost →	jet 1	jet 2	jet 3	jet 4	mion	lehký mion	neutrino

Otázka 2: Jakou hmotnost t kvarku jste určili ze svých hodnot?

Výpočty energie, hmotnosti a hybnosti

Aby studenti mohli určit hmotnost t kvarku, je nutné, aby si uvědomili, že zásadní věcí pro splnění tohoto úkolu je určení chybějící hybnosti neutrino. Pokud budou znát hodnotu hybnosti neutrino, znají už všechny potřebné údaje k nalezení hybnosti t kvarku. Budete jim muset vysvětlit následující vztahy. Mnoho z obsahu následující stránky jde za rámec středoškolského učiva.

Následující vztah je běžně užíván v částicové fyzice:

$$E^2 - p^2 = m_0^2$$

Tuto rovnost mezi energií, klidovou hmotností a hybností můžeme psát proto, že jsme si zvolili systém jednotek, ve kterém je rychlost světla $c = 1$. Známé vztahy se změni:

- ze vztahu $E = mc^2$ se stane $E = m$, kde m je relativistická hmotnost částice
- zabýváme částicemi, které se pohybují téměř rychlostí světla, proto místo vztahu pro hybnost $p = mv$ můžeme psát $p = mc$ a protože $c = 1$, zůstane nám rovnost $p = m$.

Tato volba systému jednotek samozřejmě změnila mnohé známé vztahy a měřítko, ale

umožňuje jednoduchý převod mezi energií, hmotností a hybností. Nechcete-li neustále opakovat relativistická hmotnost a klidová hmotnost, můžete místo relativistické hmotnosti raději mluvit o energii.

Když se vrátíme k našemu hledání hmotnosti t kvarku, můžeme použít nový vztah a vyjádřit energii a hybnost pomocí m_t (hmotnosti t kvarku). Hmotnost m_t musíme musíme započítat dvakrát, protože při srážce vzniknou dva t kvarky.

$$E^2 - p^2 = (2m_t)^2$$

Protože platí zákon zachování hybnosti a celková hybnost před srážkou a po ní musí být nulová, náš vztah se zjednoduší. Dostaneme rovnici

$$E^2 = (2m_t)^2$$

(Mějte neustále na paměti, že využíváme specifičnosti tohoto typu rozpadu – vzniklé částice vyletují kolmo na směr svazku a hybnost ve směru osy z je téměř nulová, proto ji můžeme zanedbat.)

Rovnici můžeme odmocnit a získáme konečný vztah pro určení hmotnosti t kvarku:

$$E = 2m_t$$

Protože téměř veškerá pozorovaná energie při srážce pochází z rozpadu $t \bar{t}$ (viz barevný schematický obrázek srážky), sečteme jednoduše energie čtyř jetů, dvou mionů a neutrína, abychom po vydělení součtu dvěma (t i \bar{t} kvark mají stejnou hmotnost) získali hmotnost nejpozději objeveného kvarku.

Pro výpočet využijí studenti hodnoty, které používali při výpočtech hybnosti (nyní vyjadřují energii) a zahrnou do celkové energie i energii neutrína (tučně zvýrazněná hodnota), kterou určili. Energie je skalární veličina, proto stačí všechny energie jednoduše sečíst a vydělit dvěma, abychom získali hmotnost jednoho t kvarku.

Příklad pro výpočet při zpracování události 14022:

$$61,2\text{GeV} + 7,3\text{GeV} + 95,5\text{GeV} + 58,6\text{GeV} + 54,8\text{GeV} + 17,0\text{GeV} + \mathbf{53,9\text{GeV}} = 348,2\text{GeV}$$

Po vydělení dvěma získáme hodnotu 174,1 GeV, která je velmi blízko hodnotě 175 GeV (hmotnost t kvarku uváděná v dnešních tabulkách částic). Studenti, kteří budou zpracovávat jiné události, by měli dospět k podobným hodnotám.

Jak již bylo zmíněno, přesnější určení chybějící energie (a tím i hmotnosti t kvarku) spočívá v preciznějším zkoumání mnoha událostí zaznamenaných detektorem a také v lepším porozumění samotnému detektoru, aby mohl být při výpočtech odstraněn šum a další chyby.

Při plnění tohoto úkolu by studenti měli sami zkusit, jak vypadá zpracování údajů získaných při srážce protonu a antiprotonu a v čem spočívá princip práce některých fyziků ve Fermilabu. Dále by měli pochopit, že objevení posledního kvarku ze standardního modelu demonstruje v reálném případě Einsteinem objevený vztah spojující hmotu a energii.