1 Mechanické kmity

Na pružinu zavěsíme závaží, pružinu natáhneme a pustíme. Závaží začne "létat" nahoru a dolů, nahoru a dolů… atd. Takový pohyb nazýváme **mechanické kmitání**.

1.1 Perioda a frekvence

Doba, kterou trvá jeden kmit (z nejvyšší polohy přes nejnižší a zpět do nejvyšší), se nazývá **perioda**. Značí se T a její jednotka je sekunda (s). S periodou je svázaná **frekvence**. Ta nám říká, kolikrát závaží kmitne za jednu sekundu. Frekvenci budeme značit f a její jednotkou je hertz, $1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s}^{-1}$.

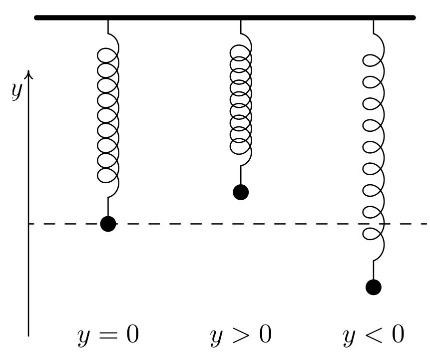
Vztah mezi periodou a frekvencí je velmi jednoduchý (známe-li jedno, snadno určíme druhé)

$$f = \frac{1}{T} \implies T = \frac{1}{f}. \tag{1}$$

Kmitá-li těleso na pružině tak, že za jednu sekundu stihne dva kmity, jeho frekvence je $2\,\mathrm{Hz}$. Z toho vyplývá, že doba jednoho kmitu musí být $0{,}5\,\mathrm{s}$. A naopak: trvá-li oscilátoru jeden kmit $3\,\mathrm{s}$, jeho perioda je $3\,\mathrm{s}$, potom za jednu sekundu stihne přesně třetinu kmitu a jeho frekvence je $\frac{1}{3}\,\mathrm{Hz}$.

1.2 Rovnice kmitání

Vodorovná osa na obrázku 1 představuje tzv. rovnovážnou hladinu, místo, kde by se těleso nacházelo, kdyby viselo na pružině a bylo v klidu.



obr. 1: Různé okamžité výchylky

V každém okamžiku kmitání má těleso od osy nějakou vzdálenost, ta odpovídá **okamžité výchylce**. Je-li těleso nad osou má kladnou okamžitou výchylku, je-li pod osou, jeho okamžitá výchylka je záporná.

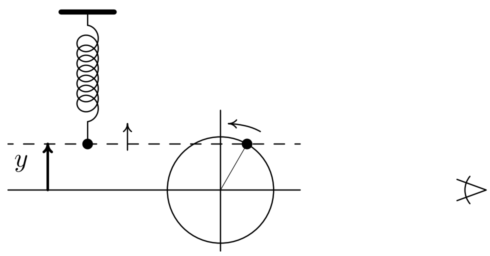
Měnící se okamžitou výchylku v průběhu kmitání popisuje následující vztah

$$y = A \sin(\omega t). \tag{2}$$

Když si zvolíme konkrétní čas, např. $t = 5\,\mathrm{s}$, pomocí vztahu (2) zjistíme, jak vysoko se závaží v tomto čase nachází. Pro výpočet výchylky y je ovšem vedle času t nutné znát další dvě veličiny A a ω, které v rovnosti vystupují. Obě si vysvětlíme v následujících kapitolách.

1.3 Amplituda

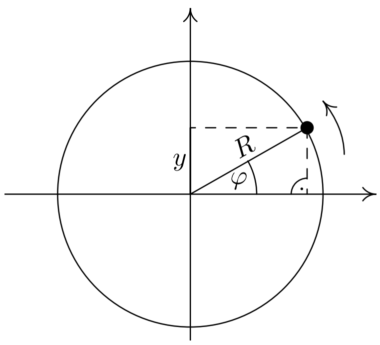
Veličina A určuje **amplitudu**, neboli maximální výchylku. Je-li sinus ve vztahu (2) roven jedné, je okamžitá výchylka rovna výchylce maximální, $y = A$ (těleso je ve svém nejvyšším bodě), je-li sinus roven mínus jedné platí $y = -A$ (závaží se nachází v nejnižším bodě) a je-li sinus roven nule, $y = 0$, oscilátor prochází rovnovážnou polohou, je na vodorovné ose. Funkce sinus nabývá hodnot z intervalu $\langle -1, +1 \rangle$, a tak pravá strana rovnice (2) padne do intervalu $\langle -A, +A \rangle$.



obr. 2: Okamžitá výchylka jako na kružnici

1.4 Úhlová rychlost, úhlová frekvence

Ze vztahu (2) nám ještě zbývá objasnit ω. Pomůže nám rovnoměrný pohyb po kružnici. Podíváme-li se na kroužící kuličku „z boku" (obr. 2), uvidíme pouze její svislou souřadnici y (výšku). Pohyb, který uvidíme, je stejný jako kmitání kuličky na pružině – poloměr otáčení R je roven maximální výchylce kmitavého pohybu A ($R = A$). Vztah pro y-ovou souřadnici pohybu po kružnici, a tedy i okamžitou výchylku kmitů, je zřejmý z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku 3



obr. 3: Souřadnice y na kružnici

$$\frac{y}{R} = \sin\varphi \quad \Longrightarrow \quad y = R\sin\varphi. \tag{3}$$

Úhel φ nazýváme **okamžitá fáze**. S pohybem kuličky po kružnici se fáze φ zvětšuje. Okamžitou fázi vyjádříme pomocí **úhlové rychlosti** ω. Ta nám říká, o jak velký úhel se změní poloha kuličky • za jednu sekundu, neboli úhel, který kulička uběhne, dělený příslušným časem (jednotka je rad$\cdot$ s^{-1}). Při rovnoměrném pohybu po kružnici, je ω v čase konstantní (za každou sekundu uběhne • stejně dlouhý oblouk).

$$\varphi = \omega t \tag{4}$$

Podobně jako pro rovnoměrný přímočarý pohyb platí $s = vt$, tedy že dráha, kterou bod uběhne, je rychlost násobená časem, tak pro rovnoměrný pohyb po kružnici je $\varphi = \omega t$, uběhnutý úhel se rovná úhlové rychlosti násobené časem.

Dosadíme-li do rovnosti (3) vztahy $\varphi = \omega t$ a $R = A$, vyjde nám rovnice kmitů – vztah (2).

I když se při kmitání nic neotáčí, přesto se v jeho popisu veličina ω používá. Nazývá se **úhlová frekvence** a odpovídá úhlové rychlosti příslušného pohybu po kružnici s poloměrem rovným amplitudě (na obr. 3 je úhlová rychlost pravé kuličky rovna úhlové frekvenci kuličky, která vlevo kmitá). Jednotka úhlové frekvence je s^{-1}.

1.5 Vztah frekvence a úhlové frekvence

Víme, že jedné otočce, tedy jednomu kmitu, odpovídá plný úhel 2π. A také víme, že na jeden kmit je potřeba čas rovný jedné periodě. Použijeme vztah (4) a můžeme zapsat

$$2\pi = \omega T. \tag{5}$$

Rovnost (5) přepíšeme na tvar

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{6}$$

A pomocí vztahu (1) také na tvar

$$\omega = 2\pi f. \tag{7}$$

Známe-li libovolný ze tří údajů (frekvence, perioda, úhlová frekvence), jsme schopni zbylé dva určit. Frekvence f a úhlová frekvence ω jsou svázány přímou úměrou – když roste jedna, roste i druhá. Perioda je s f i ω nepřímo úměrná.

Na závěr kapitoly

Lze-li kmitání popsat vztahem (2) tzn. má-li sinusový průběh, nazveme ho **harmonickým**. Kmitající závaží je pak **harmonický oscilátor**.