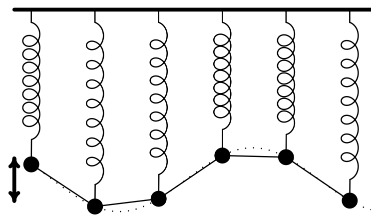
2 Mechanické vlny

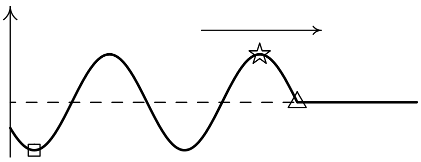
Představme si několik stejných pružinek (stejně dlouhých a „tuhých”), na každou z nich zavěsíme závaží o jediné hmotnosti. Pružinky dáme do řady vedle sebe a každé závaží spojíme s jeho sousedy provázkem. Rozkmitáme-li první závaží, díky spojovacím provázkům se postupně rozkmitají všechna závaží. Vznikne **postupná vlna** (obr. 4). Kmitání všech oscilátorů je stejně „rychlé” - mají stejnou frekvenci a tedy i úhlovou frekvenci.



obr. 4: Vznik postupné vlny

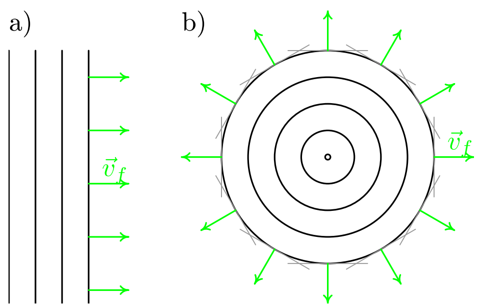
2.1 Fázová rychlost vlny

Na obrázku 5 je postupná vlna, která se šíří ve směru šipky. Zaměříme se na první vrcholek vlny označený hvězdičkou a budeme ho sledovat. Bude „přeskakovat” z jednoho závaží na druhé směrem doprava. Je vždy na takovém oscilátoru, ke kterému se vlnění dostalo teprve před chvilkou a stihlo jen čtvrtinu jednoho kmitu (z klidu do nejvyšší polohy). To odpovídá fázi (úhlu) $\frac{\pi}{2}$. Kdybychom sledovali třeba začátek vlny označený trojúhelníčkem, zaměřili bychom se na fázi rovnou nule (takové oscilátory jsou těsně před rozkmitáním). Hvězdičce i trojúhelníčku připadá jiná fáze, ale jejich rychlosti jsou stejné. Společná rychlost všech fází vlny, **fázová rychlost**, se označuje v_f, její jednotka je m·s^{-1}. (Dále se setkáme ještě s grupovou rychlostí vlny.) Kdybychom sledovali druhé údolí vlny označené čtverečkem, šlo by o fázi $\varphi = 2\pi + \frac{3}{2}\pi = \frac{7}{2}\pi$.



obr. 5: Fázová rychlost

Místa se stejnou stejnou fází nazýváme **vlnoplochy**. Kámen vhozený do vody vyvolá vlnění, jehož vlnoplochami jsou kružnice se středem v místě dopadu. Když vytřepáváte za dva rohy deku, na které jste seděli v trávě, vlnoplochy jsou úsečky rovnoběžné se spojnicí vašich rukou. Na laně má každý bod jinou fázi, a tak je každý jednou vlnoplochou (ovšem u takového vlnění se termín nepoužívá).

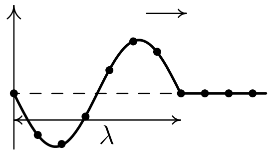


obr. 6: Vlnoplochy a jejich rychlost

Vlnoplochy se prostorem šíří fázovou rychlostí, která vždy směřuje kolmo na ně (obr. 6a). U kružnic na vodní hladině je třeba vytvořit tečny (na obrázku 6b šedě) a teprve k nim kolmice.

2.2 Vlnová délka

Vrátíme se zpět k závažím na pružinkách navzájem spojených provázky. První závaží vykoná svůj první kmit za dobu jedné periody. Za tuto dobu se kmitavý pohyb díky provázkům rozšíří až k závaží, které je od prvního vzdálené jednu **vlnovou délku**. Situaci vidíme na obrázku 7. Vlnovou délku budeme značit řeckým písmenem λ (lambda), její jednotka je metr (jde o vzdálenost).



obr. 7: Vlnová délka

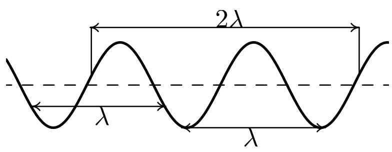
Podobně jako platí $s = vt$, tak pro vlnovou délku můžeme psát

$$\lambda = v_f T, \tag{8}$$

kde v_f je rychlost šíření vlny a T je perioda. Použijeme-li rovnost (1), pak můžeme vztah (8) přepsat na tvar

$$\lambda = \frac{v_f}{f}. \tag{9}$$

Na obrázku 8 je postupná vlna zachycená v jednom okamžiku. Každé dva oscilátory, které jsou od sebe vzdáleny o jednu vlnovou délku λ, nebo o libovolný jiný násobek vlnové délky (2λ, 3λ ...), kmitají spolu. Jejich okamžité výchylky jsou si v každém okamžiku rovny. Říkáme, že takové dva oscilátory kmitají **ve fázi**.



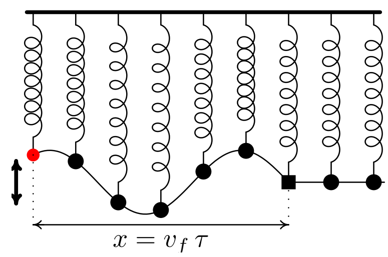
obr. 8: Dvojice oscilátorů ve fázi

Vlnovou délka definujeme jako vzdálenost dvou nejbližších závaží (oscilátorů), které kmitají ve fázi.

2.3 Rovnice vlnění

Na obrázku 9 je zdrojem vlnění červené kmitající závaží, jehož vodorovnou souřadnici x položíme rovnou nule. Jeho kmity popíšeme vztahem (2), který jsme si už odvodili:

$$y = A\sin(\omega t)$$



obr. 9: Zpoždění oscilátoru

Všechna ostatní závaží kmitají se stejnou úhlovou frekvencí, ale každé začalo v jiném čase. Zaměříme se na oscilátor ve tvaru krychličky, který je od prvního v řadě vzdálený o vzdálenost x. Dobu τ, kterou čeká, než se k němu vlnění dostane, vyjádříme

$$\tau = \frac{x}{v_f}. \tag{10}$$

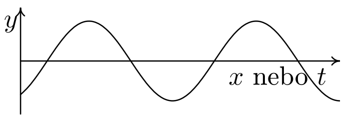
Oproti červenému závaží krychlička začne kmitat o dobu τ později, jeho rovnice je

$$y = A\sin(\omega(t-\tau)) = A\sin(\omega(t-\frac{x}{v_f})) \implies y = A\sin(\omega t - \frac{\omega}{v_f}x). \tag{11}$$

Vztah (11) popisuje pohyb oscilátoru, jehož rovnovážná poloha je od počátku vzdálená x. Chápeme-li nyní x jako parametr, pak rovnice (11) popisuje kmitání libovolného oscilátoru – když za x dosadíme konkrétní vzdálenost, třeba $x = 12\,\mathrm{cm}$, vyjde nám rovnice kmitů závaží, které je od zdroje vlnění vzdáleno 12 cm . V rovnici (11) jsou tedy "schované" kmity všech oscilátorů (vpravo od zdroje). Odvodili jsme rovnici vlny, která se šíří po směru osy x.

Okamžitá výchylka y (rovnice (11)) je funkcí dvou proměnných, času t a vzdálenosti od zdroje x. Chcete-li y spočítat, musíte určit konkrétní oscilátor (proměnná x) a také čas, který vás zajímá (proměnná t).

Zafixujeme-li pouze x, například $x = 2\,\mathrm{m}$, dostaneme rovnici kmitů oscilátoru vzdáleného dva metry od zdroje. Zafixujeme-li t, například $t = 5\,\mathrm{s}$, dostaneme předpis vlny, kterou bychom vyfotili v době pět sekund po začátku.



obr. 10: Záznam vlny nebo průběh jednoho oscilátoru v čase

Z důvodu, že je rovnice vlnění funkcí času i prostoru zároveň, nelze celé vlnění namalovat na papír. Nakreslíte-li sinusoidu jako je na obrázku 10, může popisovat dvě různé věci. Záleží na veličině, která je na vodorovné ose. Je-li zde proměnná x (prostorová souřadnice), potom sinusoida zachycuje vlnu v jednom konkrétním okamžiku (fotografie vlny). Je-li na vodorovné ose čas, graf nám ukazuje časový průběh kmitání pouze jednoho konkrétního oscilátoru.

Znaménko plus v argumentu funkce sinus $y = A\sin(\omega t + \frac{\omega}{v_f}x)$ by znamenalo, že se vlna šíří opačným směrem (doleva proti směru osy x).

Vlna, která se dá popsat funkcí sinus, je vlna **harmonická**.

2.4 Vlnové číslo

Poměr $\frac{\omega}{v_f}$ označíme k a nazveme jej vlnové číslo (jednotka je $\frac{\mathrm{s}^{-1}}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}} = \mathrm{m}^{-1}$). Rovnice (11) přejde v používanější tvar rovnice vlny

$$y = A\sin(\omega t - kx). \tag{12}$$

Rovnice (12) tedy popisuje vlnění, které se šíří ve směru osy x s úhlovou frekvencí ω a vlnovým číslem k definovaným

$$k = \frac{\omega}{v_f}. \tag{13}$$

Ukážeme si, co nám vlnové číslo vlastně říká. Do vztahu (13) dosadíme vztah (6) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ a také (8) $v_f = \frac{\lambda}{T}$. Dostaneme

$$k = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{\lambda}{T}} \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \tag{14}$$

Zlomek $\frac{1}{\lambda}$ udává, kolik vlnových délek se vejde do jednoho metru. Vlnové číslo tedy určuje, kolik vln se vejde do 2π metrů (přibližně tedy do $6,28\,\mathrm{m}$).

Příklad

Rozebereme si vlnění, které popisuje rovnice: $y = 0,2\sin(4\pi t - \frac{4\pi}{3}x)\,\mathrm{m}$.
Tuto rovnici porovnáme s rovnicí postupného vlnění: $y = A\sin(\omega t - kx)$.

- V argumentu funkce sinus je proměnná x a před ním je záporné znaménko. Vlna se šíří ve směru osy x. Výchylky jsou do osy y.
- Maximální výchylku vidíme hned: $A = 0{,}2\,\mathrm{m} = 20\,\mathrm{cm}$.
- Z rovnice snadno určíme úhlovou frekvenci: $\omega = 4\pi\,\mathrm{s}^{-1}$.
- Vlnové číslo je také snadné: $k = \frac{4\pi}{3}\,\mathrm{m}^{-1}$. Do vzdálenosti 2π metrů se tedy vejde přesně $\frac{4\pi}{3}$ vln; do každého metru pak $\frac{2}{3}$ vlny ($\frac{2}{3} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{2\pi}$).
- Z definice vlnového čísla, určíme fázovou rychlost šíření vlny:
  $k = \frac{\omega}{v_f} \;\Rightarrow\; v_f = \frac{\omega}{k}$. Číselně: $v_f = \frac{4\pi}{\frac{4\pi}{3}}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \;\Rightarrow\; v_f = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
  Za každou sekundu se vlna rozšíří o tři metry dál od zdroje vlnění.
- Ze vztahu (7) $\omega = 2\pi f$, určíme frekvenci: $4\pi = 2\pi f \;\Rightarrow\; f = 2\,\mathrm{Hz}$.
  Za jednu sekundu každý oscilátor stihne dva kmity. Za každou sekundu se vlnění rozšíří o dvě sinusové vlny dál.
- Z frekvence spočítáme periodu ($T = \frac{1}{f}$): $T = \frac{1}{2}\,\mathrm{s} = 0{,}5\,\mathrm{s}$
  Jeden kmit trvá každému oscilátoru půl sekundy.
- Zbývá určit vlnovou délku, použijeme třeba vztah (8) $\lambda = v_f T$:
  $\lambda = 3{\cdot}0{,}5\,\mathrm{m} \Rightarrow \lambda = 1{,}5\,\mathrm{m}$.
  Jedna sinusová vlna je dlouhá $1{,}5\,\mathrm{m}$.

V rovnici vlny jsou ukryty všechny informace o daném vlnění.

2.5 Skládání mechanického vlnění

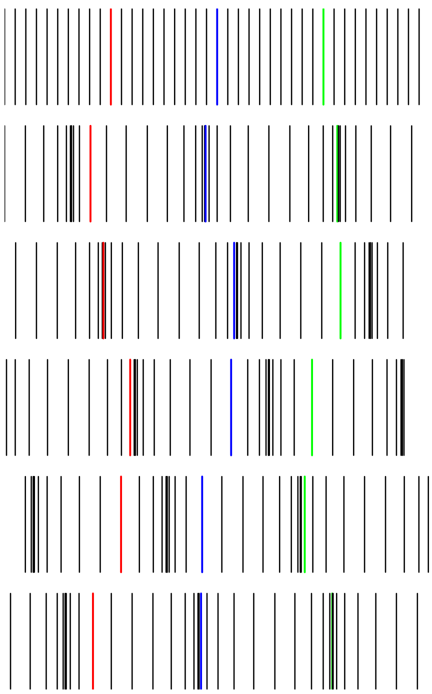
Hodíte-li kámen do rybníka, vznikne vlnění, které se šíří od místa dopadu kamene. Hodíte-li do rybníka kameny dva, třeba metr a půl od sebe s odstupem jedné sekundy, dopad každého z nich je zdrojem vlnění. To, co uvidíte jako výsledný obraz hladiny, vznikne prostým součtem obou vlnění.

Zaměříme se na jedno konkrétní místo na hladině v daném konkrétním čase. V tomto místě a čase je okamžitá výchylka vlny vytvořené prvním kamenem například $+11\,\mathrm{cm}$. Vlnění z druhého kamene vytvoří ve stejném místě i čase výchylku $-7\,\mathrm{cm}$. Potom výsledek, který na rybníce uvidíme, je hladina ve výšce $4\,\mathrm{cm}$ nad nulovou hladinou (klidnou hladinou). Jednotlivé výchylky jsme sečetli: $11 + (-7) = 4$. V případě, že výchylka z prvního vlnění bude $-8\,\mathrm{cm}$ a z druhého $-14\,\mathrm{cm}$, ve výsledku uvidíme v daném místě a čase hladinu $22\,\mathrm{cm}$ pod klidnou hladinou.

Důležitá poznámka: Všechny vlny, kterými se budeme zabývat, budeme považovat za **harmonické** nebo za takové, že se dají z harmonických vln složit.

2.6 Vlny příčné a podélné

Příklad s pružinkami, závažími a provázky je příkladem vlnění **příčného**, kdy jednotlivé oscilátory kmitají kolmo na směr šíření vlny (obr. 4 nebo 5 – závaží se pohybují nahoru a dolů a vlna jde doprava). Dalším příkladem příčného vlnění je vlna na rybníce, vlna na provaze nebo na struně u kytary.



obr. 11: Podélná vlna

Druhý typ vlnění se nazývá **podélné**. Při takovém vlnění oscilátory kmitají ve stejném směru, kterým se šíří sama vlna.

Podélnou vlnou je například vlna zvuková, při které se střídavě zhušťuje a zřeďuje hmotné prostředí (například vzduch). První část obrázku 11 zobrazuje prostředí, ve kterém se momentálně zvuk nešíří. Svislé čáry, které představují vrstvy vzduchu, mají stejné rozestupy – vzduch má všude stejnou hustotu.

Další části odpovídají různým časům stejného prostředí s procházející podélnou zvukovou vlnou. Tři vrstvy jsou barevně zvýrazněny, abychom viděli, že se jednotlivé vrstvy nikam nepřesouvají (ve vzduchu nefouká vítr). Všechny kmitají kolem svých rovnovážných poloh (daných nejvyšším obrázkem), vzájemnými nárazy vrstev se zvuk šíří doprava – zhuštěná místa se prostorem přesunují.