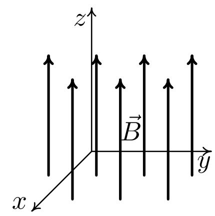
6 Pohyb částic v magnetickém poli

V této části si ukážeme, jak homogenní magnetické pole ovlivňuje pohyb částic. Soustavu souřadnic zvolíme vždy tak, aby vektor magnetické indukce $\vec{B}$ směřoval po směru osy z (obr. 45).



obr. 45: Magn. pole

6.1 Lorentzova síla

Na letící částici magnetickým polem působí Lorentzova síla, která je dána vztahem (křížek značí vektorový součin)

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}), \tag{42}$$

q je náboj částice, $\vec{v}$ je vektor její rychlosti a $\vec{B}$ je vektor magnetické indukce (vyjadřuje směr pole i velikost). Výsledkem vektorového součinu je vektor, který je kolmý na oba dva vstupující vektory a tvoří s nimi pravotočivou soustavu souřadnic. Velikost výsledku je dána délkami vstupujících vektorů a úhlem, který svírají. Pro velikost Lorentzovy síly z rovnosti (42) pak platí

$$|\vec{F}| = |q|vB \sin\alpha, \tag{43}$$

α je úhel mezi vektory $\vec{v}$ a $\vec{B}$. Velikost vektoru nemůže být záporná, a tak z náboje q použijeme jeho absolutní hodnotu.

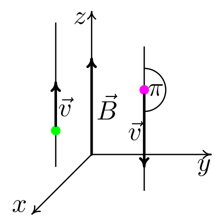
6.2 Neutrální částice

Nejprve se podíváme na případ, kdy vlétne do magnetického pole neutrální částice. Pro $q = 0$, je pravá strana rovnice (43) nulová a tedy i síla působící na částici je nulová. V takovém případě magnetické pole částici nijak neovlivňuje, částice letí tak, jak by letěla, kdyby tam žádné magnetické pole nebylo (rovnoměrně přímočaře, pokud na částici nepůsobí ještě nějaká jiná síla).

6.3 Nabitá částice: pohyb rovnoběžný s magnetickým polem

Pohybuje-li se naším magnetickým polem nabitá částice rovnoběžně s osou z, úhel, který svírá vektor rychlosti $\vec{v}$ s vektorem magnetické indukce $\vec{B}$, je buď roven nule (na obrázku 46 zeleně) nebo π (fialově). Pro oba úhly je sinus nulový, a tak velikost síly působící na částici ((43) $|\vec{F}| = qvB \sin\alpha$) je nezávisle na náboji či velikosti rychlosti rovna nule.

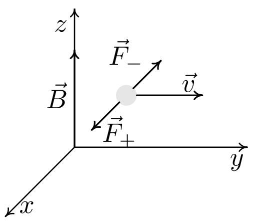
Pohyb nabité částice, která letí rovnoběžně s magnetickým polem, není polem vůbec ovlivňován.



obr. 46: $\vec{v} \parallel \vec{B}_0$

6.4 Nabitá částice: pohyb kolmý na magnetické pole

Nyní se podíváme na případ, kdy se nabitá částice pohybuje v rovině xy (její z-ová složka rychlosti je nulová). Na obrázku 47 letí kladně nabitá částice ve směru osy y (doprava). Pomocí pravé ruky nebo ciferníku určíme směr vektoru, který je výsledkem vektorového součinu $\vec{v} \times \vec{B}$ (vektory $\vec{v}$, $\vec{B}$ a výsledný jsou pravotočivé). Výsledek směřuje k nám podél osy x. Po vynásobení kladným nábojem q, vektor změní pouze svoji délku. Lorentzova síla na kladný náboj $\vec{F}_+$ daná vztahem (42) $\vec{F}_+ = q(\vec{v} \times \vec{B})$ směřuje ve směru osy x. Magnetické pole bude kladně nabitou částici z obrázku 47 „táhnout" šikmo k nám podél osy x.

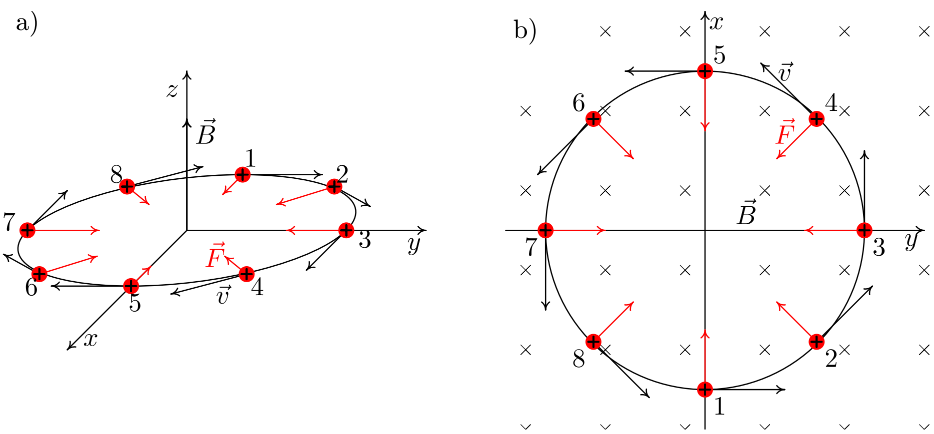


obr. 47: Síla na nabitou částici s $\vec{v} \perp \vec{B}$

Poletí-li stejnou cestou elektron, vektorový součin $v \times B$ se nezmění, ovšem vynásobení záporným nábojem způsobí, že Lorentzova síla $\vec{F}_-$ působící na elektron bude směřovat proti ose x.

Kladný náboj

Situace 1 na 48a odpovídá případu, který jsme právě rozebrali. Kladně nabitá částice letí po směru osy y. Lorentzova síla směřující k nám způsobí zakřivení trajektorie částice. Částice se dostane do polohy 2, kde na ní Lorentzova síla bude působit tak, jak ukazuje obrázek. Přesvěčte se pomocí pravé ruky. Síla trajektorii i zde zakřivuje



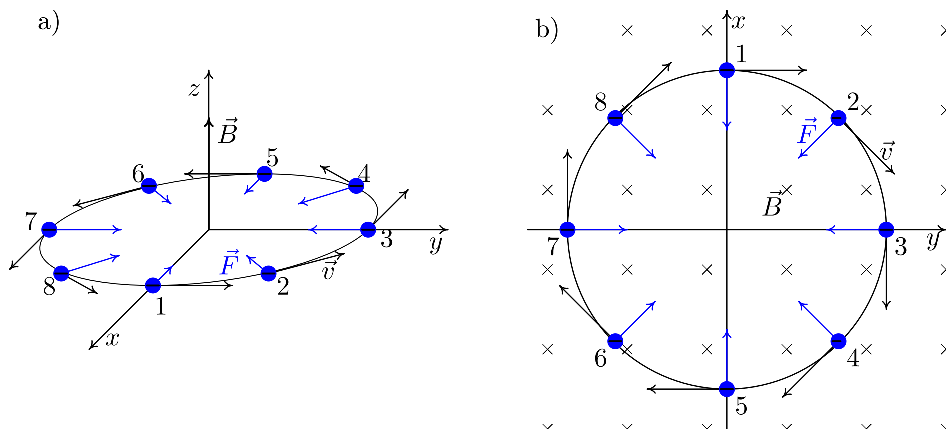
obr. 48: Kladně nabitá částice letící kolmo na směr homogenního magnetického pole

a způsobí, že za chvilku se částice bude nacházet v poloze 3, kde poletí ve směru osy x. Těmito úvahami bychom dospěli až do polohy osm a z ní do té počáteční. Zkuste si, že Lorentzova síla má na 48a ve všech polohách správný směr.

Kladně nabitá částice (jejíž složka rychlosti do směru magnetické indukce je nulová) se v homogenním magnetickém poli pohybuje po kružnici, která leží v rovině kolmé na osu z. Budeme-li se dívat po směru $\vec{B}$ (na obrázku 48a ležíme pod rovinou xy a díváme se nahoru), částice bude rotovat proti směru hodinových ručiček, obr. 48b.

Záporný náboj

Na obrázku 47 jsme si ukázali, jaký směr má Lorentzova síla působící na záporně nabitou částici letící po směru osy y – situace odpovídá poloze 1 na obrázku 49a. Síla stočí trajektorii a částice se dostane do polohy 2 na 49a. I v tomto místě je částice



obr. 49: Záporně nabitá částice letící kolmo na směr homogenního magnetického pole

pod vlivem Lorentzovy síly a trajektorie se opět stočí... Částice proletí všemi osmi polohami na 49a, až se dostane do té první. Její trajektorií bude kružnice. Na rozdíl od kladně nabité částice rotuje v opačném směru.

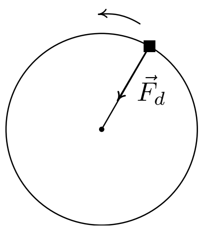
Záporně nabitá částice (jejíž složka rychlosti do směru magnetické indukce je nulová) se v homogenním magnetickém poli pohybuje po kružnici, která leží v rovině kolmé na osu z. Díváme-li se po směru $\vec{B}$ (na obrázku 49a ležíme na zádech pod rovinou xy), částice rotuje po směru hodinových ručiček, obr. 49b.

Shrnutí

Představte si, že jste iont a letíte si vodorovně, rovnoměrně přímočaře. Najednou se dostanete do homogenního magnetického pole, které směřuje zdola nahoru. Pole způsobí, že se váš let změní. Sice poletíte stále stejně rychle, ale budete kroužit po kružnici pořád dokola. Jste-li kladní, budete se otáčet za pravou rukou, jste-li záporní, pak za levou.

6.5 Poloměr kruhové trajektorie

Nejprve si uvedeme příklad z mechaniky. V ruce držíte provázek za jeden konec a na jeho druhém konci je navázaná plechovka. Plechovku roztočíte tak, že se pohybuje po kružnici, obr. 50. Jediná síla, která na plechovku působí je síla provázku. Tato síla musí být rovna dostředivé síle rovnoměrného pohybu po kružnici.



obr. 50: Plechovka

Vrátíme se zpět do magnetického pole, kde „provázkové síle" odpovídá Lorentzova síla – stále směřuje do středu kružnice, po které částice obíhá. Vzorec pro výpočet dostředivé síly je v případě plechovky i malinkaté částice stejný. Její velikost je dána

$$F_d = \frac{mv^2}{R}, \tag{44}$$

kde m je hmotnost částice (plechovky), v je velikost její rychlosti a R je poloměr kružnice, po které částice obíhá (délka provázku). Dostředivá síla v magnetickém poli na náboji nijak nezávisí.

Velikost Lorentzovy síly je $F = |q|vB \sin\alpha$. Předpokládáme-li, že se částice pohybuje v rovině kolmé na osu z (uvnitř ní libovolným směrem), pak úhel mezi vektory $\vec{v}$ a $\vec{B}$ je vždy 90°. V takovém případě je $\sin\alpha = 1$ a tedy platí

$$F = |q|vB. \tag{45}$$

Velikosti dostředivé a Lorentzovy síly musí být stejně velké, v opačném případě by se částice nepohybovala po kružnici. Vztahy (44) a (45) dáme do rovnosti a vyjádříme si poloměr R

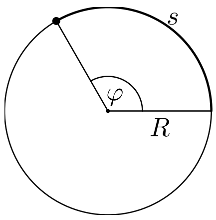
$$\frac{mv^2}{R} = |q|vB \qquad \Longrightarrow \qquad R = \frac{mv}{|q|B}, \tag{46}$$

tzn. čím těžší částice, tím větší poloměr kružnice; magnetické pole snadněji změní trajektorii lehké částice než těžké. Čím rychlejší, tím také větší poloměr. S lehkými a pomalými částicemi magnetické pole víc zatočí.

A také: Roste-li náboj (v absolutní hodnotě, více kladný nebo více záporný), poloměr kružnice klesá, magnetické pole velké náboje více ovlivňuje. A nakonec čím je pole silnější (roste velikost $\vec{B}$), tím je poloměr menší. Hodně nabité částice v silném poli se víc zatáčí než méně nabité ve slabém poli.

6.6 Cyklotronová frekvence

Zbývá nám určit úhlovou rychlost kroužících částic v magnetickém poli. Ještě jednou se vrátíme do mechaniky k rovnoměrnému pohybu po kružnici. Pro délku oblouku (uběhnutou dráhu na obrázku 51) platí



obr. 51: Oblouk

$$s = \varphi R, \tag{47}$$

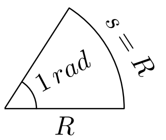
kde φ měříme v radiánech! Úhel jeden radián je velký tak, že délka oblouku je stejně dlouhá jako poloměr kružnice, obr. 52. Dráhu s nahradíme $s = vt$ a úhel $\varphi = \omega t$ (to už jsme použili v kapitole 1.4). Vztah (47) přejde ve tvar

$$vt = \omega t R \qquad \Longrightarrow \qquad v = \omega R. \tag{48}$$

Odvodili jsme vztah mezi velikostí rychlosti a úhlovou rychlostí při rovnoměrném pohybu po kružnici. Do vztahu (46) pro poloměr dosadíme za velikost rychlosti v z (48). Vyjádříme úhlovou rychlost (poloměry se zkrátí)

$$R = \frac{m(\omega R)}{qB} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega = \frac{qB}{m}. \tag{49}$$

Vztah (49) je zlatým hřebem celé části o magnetickém poli. Větší náboje se pohybují s větší ω a tudíž s vyšší frekvencí – za jednu sekundu stihnou více otáček. Silnější magnetické pole také zvyšuje úhlovou rychlost (i frekvenci). A čím těžší částice, tím menší úhlová rychlost (tím jí déle trvá oběhnout jedno kolo).



1 rad $\doteq$ 57°

obr. 52: Definice radiánu

Ze vztahu (49) také plyne, že úhlová rychlost (tedy ani frekvence a perioda) **nezávisí na rychlosti** částice. Pošleme-li jeden rychlý a jeden pomalý elektron do homogenního magnetického pole kolmo na směr siločar, oba se začnou pohybovat po kružnicích. Velikost rychlosti každého z nich se nezmění, rychlý bude obíhat po velké kružnici a pomalý po malé. Jejich úhlové rychlosti i frekvence budou stejné, a tak oba stihnou stejný počet oběhů za jednu sekundu.

Částici s hmotností m a nábojem q, která se pohybuje v magnetickém poli o velikosti B, je vztahem (49) jednoznačně dána její **cyklotronová frekvence**.

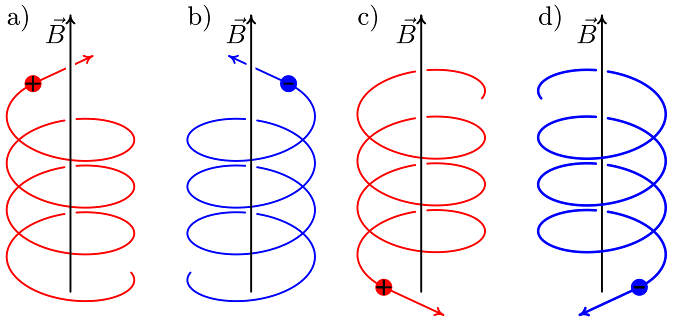
Cyklotronová frekvence elektronu: $\omega_c = \frac{|e|B}{m_e}$ (m_e značí hmotnost elektronu)

Cyklotronová frekvence iontu: $\omega_{ci} = \frac{qB}{m_i}$ (m_i značí hmotnost iontu)

6.7 Nabitá částice: pohyb libovolným směrem

Doposud jsme řešili speciální pohyby částic (rovnoběžný nebo kolmý na vektor magnetické indukce). V této části si vysvětlíme, jak se bude chovat nabitá částice, která vletí do homogenního magnetického pole z libovolného směru.

Mějme magnetické pole jako v předchozích případech $B = (0, 0, B)$, obr. 45. Vektor rychlosti částice v momentě vlétnutí do magnetického pole má obecný tvar $v = (v_x, v_y, v_z)$. Z předchozího už víme: Pohybuje-li se nabitá částice v rovině kolmé na směr magnetického pole (nenulové v_x nebo v_y), pole způsobí otáčivý pohyb kolmo na z. A také, že pohyb rovnoběžný s osou z (nenulová v_z) není magnetickým polem ovlivněn.



obr. 53: Pohyb nabitých částic v magnetickém poli; na šroubovice se díváme mírně shora

Spojením krouživého pohybu s rovnoměrným posunem dostaneme pohyb po šroubovici, obr. 53.

Představte si, že jdete stále stejně rychle po pravotočivých schodech[7] nahoru do hradní věže. Osu věže máte po pravé ruce a okénka po levé. Přidržujete se pravou rukou zábradlí. Váš pohyb je stejný jako pohyb kladně nabité částice v homogenní magnetickém poli (jdete po levotočivé šroubovici[8] vzhledem ose věže, obr. 53a). Vaše pravá ruka představuje Lorentzovu sílu, je vodorovně a směřuje stále k ose věže.

Poběžíte-li po stejných schodech dolů, budete se sice zábradlí přidržovat levou rukou, „váš náboj" se ale nezmění. Představujete stále kladně nabitou částici, která letí po levotočivé šroubovici vzhledem k ose věže, obr. 53c.

6.8 Prostředí tvořené magnetickým polem

Magnetické pole vytváří anizotropní prostředí vzhledem k pohybu nabitých částic. Trajektorie pohybu obecně záleží na směru, jakým částice do pole vletí.

Prostředí je navíc válcově symetrické. Nezáleží, zda částice s daným nábojem a danou rychlostí vletí do pole podél osy x, podél y nebo jakkoli šikmo v rovině xy. Pokaždé je její trajektorií kružnice o stejném poloměru ležící v rovině xy. Všechny směry v rovině kolmé na význačnou osu jsou navzájem ekvivalentní.

---

[7]Při dobývání hradu se na pravotočivých schodech pravorukému obránci s mečem shora brání lépe než se zdola útočí pravorukému útočníkovi. Ten musí útočit „za roh".

[8]Názvy schodišť a šroubovic jsou opačné.