Axiom o měření říká, že každé měření nějak ovlivní systém. Následující studenti se pokusili tuto změnu popsat.

Antonín: „Když provedu měření, tak v tu chvíli znám konkrétní hodnotu dané veličiny. Systém tedy musí přejít do stavu, ve kterém má daná veličina přesně tuto hodnotu a žádnou jinou.“

Boleslav: „Antonín zapomněl na pravděpodobnostní charakter měření. Ten zůstane, takže systém přejde do stavu, ve kterém má daná veličina naměřenou hodnotu, ale může mít samozřejmě i hodnoty jiné.“

Rozhodněte, v čem mají oba studenti pravdu a v čem se mýlí.

Rozhodněte o správnosti následujících výroků týkajících se toho, jak fyzikální měření přenést do matematického popisu.

A. Pokud chci určit výsledek měření nějaké veličiny, stačí mi znát její operátor a jeho vlastní čísla.

B. Obrazem měření je působení operátoru měřené veličiny na vlnovou funkci popisující stav částice.

Diskutujte následující výroky studentů o redukci vlnové funkce.
Co je v každém z nich správně a co chybně?

Anastazie: Axiom o měření říkám, že dojde k redukci vlnové funkce, takže se vlnová funkce zmenší. Protože po měření již o systému něco známe a musí tedy klesnout neurčitost a náhodnost stavu dané částice.

Bronislava: Anastazie má skoro pravdu, ale ta redukce je úplná. Pokud provedu měření – například polohy, tak vlnová funkce zcela zkolabuje a částici najdeme na nějakém konkrétním místě. Potom ji již můžu popisovat klasicky jako kuličku, protože měření „vymazalo“ náhodný charakter.

Cecilie: Záleží na tom, jakou veličinu měřím. Pokud měřím polohu, tak po měření mi vlnová funkce rozplizne po celém prostoru. Pokud energii, tak to bude něco mezi tím.

U dvou nezávislých elektronů naměříme různou energii.

- Znamená to, že elektrony byly před měřením v různých stavech? Proč?

- Co můžeme říci o jejich stavu, resp. vlnové funkci před a po měření?

U dvou nezávislých elektronů naměříme **různou** energii.

Znamená to, že před měřením elektrony

A. zcela určitě byly
B. mohly být, ale také nemusely být
C. určitě nemohly být

v **různých stavech** (tj. stavech popsaných dvěma navzájem lineárně nezávislými vlnovými funkcemi).

U dvou nezávislých elektronů naměříme **různou** energii.

Znamená to, že před měřením elektrony

A. zcela určitě byly
B. mohly být, ale také nemusely být
C. určitě nemohly být

ve **stejném stavu** (tj. stav obou elektronů byl popsán stejnou vlnovou funkcí).

U dvou nezávislých elektronů naměříme stejnou energii.

- Znamená to, že elektrony byly před měřením ve stejných stavech? Proč?

- Co můžeme říci o jejich stavu, resp. vlnové funkci před a po měření?

Předpokládejme, že máme **dva nezávislé systémy**, které se nacházejí ve stavu popsaném **stejnou vlnovou funkcí**. Na každém systému jednou změříme veličinu *A* a získáme **různé hodnoty**.

Je to možné?

A. Ano, výsledek měření je dán pravděpodobností, nikdy jistotou.
B. Ano, vždy se může objevit nějaká chyba měření.
C. Ano, ale ne ve všech počátečních stavech.
D. Ano, toto je v kvantových systémech vždy možné.
E. Ne, není možné, aby ve stejném stavu vyšly dva různé výsledky měření.

Předpokládejme, že máme **dva nezávislé systémy**. Na každém systému jednou změříme veličinu *A* a získáme **stejné hodnoty**.

Znamená to, že oba systémy byly před měřením ve stejném stavu?

A. Ano, pokud měření vyšlo stejně, musel to být stejný stav.
B. Ano, protože ostatní vlastní čísla mají nulovou pravděpodobnost naměření, takže jde o stav s ostrou hodnotou.
C. Ne, museli bychom proměřit i další veličiny a musely by vyjít stejně.
D. Nelze rozhodnout, zda byly ve stejném či různém stavu.
E. Není možné, aby dvě měření daly stejné výsledky.

U dvou nezávislých elektronů naměříme **stejnou** energii.

Znamená to, že před měřením elektrony

A. zcela určitě byly
B. mohly být, ale také nemusely být
C. určitě nemohly být

ve **stejném stavu** (tj. stav obou elektronů byl popsán stejnou vlnovou funkcí).

U dvou nezávislých elektronů naměříme **stejnou** energii.

Znamená to, že před měřením elektrony

A. zcela určitě byly
B. mohly být, ale také nemusely být
C. určitě nemohly být

v **různých stavech** (tj. stavech popsaných dvěma navzájem lineárně nezávislými vlnovými funkcemi).

Víme, že máme dva nezávislé elektrony **ve dvou různých stavech**, tj. ve stavech popsaných různými navzájem lineárně nezávislými vlnovými funkcemi.

- Máme jistotu, že při měření energie dostaneme různé hodnoty?
- Můžeme při měření energie dostat stejné hodnoty?
- Co vše můžeme říci o stavech těchto elektronů, resp. vlnové funkci před a po měření?

Víme, že máme dva nezávislé elektrony **ve dvou různých stavech**, tj. ve stavech popsaných různými navzájem lineárně nezávislými vlnovými funkcemi.

Pokud u obou elektronů změříme energii, tak

A. máme jistotu,
B. je možné, ale nikoli jisté,
C. je nemožné,

že **naměříme dvě různé hodnoty**.

Víme, že máme dva nezávislé elektrony **ve dvou různých stavech**, tj. ve stavech popsaných různými navzájem lineárně nezávislými vlnovými funkcemi.

Pokud u obou elektronů změříme energii, tak

A. máme jistotu,
B. je možné, ale nikoli jisté,
C. je nemožné,

že **naměříme dvě různé hodnoty**.

Víme, že máme dva nezávislé elektrony **ve stejném stavu**,
tj. stav obou je popsán stejnou vlnovou funkcí.

Pokud u obou elektronů změříme energii, tak

A. máme jistotu,
B. je možné, ale nikoli jisté,
C. je nemožné,

že **naměříme stejnou hodnotu**.

Víme, že máme dva nezávislé elektrony **ve stejném stavu**,
tj. stav obou je popsán stejnou vlnovou funkcí.

Pokud u obou elektronů změříme energii, tak

A. máme jistotu,
B. je možné, ale nikoli jisté,
C. je nemožné,

že **naměříme dvě různé hodnoty**.

Máme systém v neznámém stavu. Změříme veličinu $\hat{F}$
a dostaneme hodnotu f. Ihned poté toto měření zopakujeme.

Jakou hodnotu naměříme?

A. Nelze říci, protože výsledek měření v kvantovce je dán pouze pravděpodobnostně.
B. Výsledkem měření bude vlastní číslo operátoru $\hat{F}$.
C. Výsledkem bude zase hodnota f.

Co vše se dozvím o vlnové funkci, pokud provedu měření energie jednoho elektronu v neznámém stavu?

Diskutujte pro vlnovou funkci před měřením a po měření zvlášť.

Představte si, že máte mnoho nezávislých elektronů v nějakém konkrétním stavu (popsaných stejnou, ale neznámou vlnovou funkcí). Postupně změříte energii každého elektronu.

Operátor celkové energie známe, spočítáme jeho vlastní čísla a funkce. Velmi mnoho měření nám dá četnosti naměření jednotlivých hodnot, z nich určíme pravděpodobnosti a z nich koeficienty v rozkladu vlnové funkce jako lineární kombinace vlastních funkcí.

Takže provedení mnoha měření na částici ve stejném stavu je cesta, jak určit její vlnovou funkci.

Je to pravda? Nebo je v uvedeném postupu někde problém?