

# Metodický list: Polarizace světla a Malusův zákon

<b>Cíl:</b>	Praktické představení polarizace světla.
<b>Charakter aktivity:</b>	laboratorní práce
<b>Potřebný čas:</b>	2 vyučovací hodiny
<b>Cílová skupina:</b>	SŠ studenti (fyzika – optika)
<b>Vyučovací metody:</b>	experimentování, badatelské metody, řešení problémů
<b>Doporučené znalosti:</b>	polarizace světla
<b>Potřeby a materiál:</b> <sup>1</sup>	<ul style="list-style-type: none"><li>• stavebnice O3Q s moduly:<ul style="list-style-type: none"><li>– baterie,</li><li>– LED,</li><li>– polarizátor (3 ks nezbytné, volitelně 4 ks),</li><li>– stínítko,</li><li>– deska, na níž se moduly umisťují</li></ul></li><li>• pracovní list Polarizace světla a Malusův zákon</li><li>• luxmetr (např. v rámci mobilní aplikace PhyPhox)</li><li>• polarizační fólie (nejsou nezbytné, ale manipuluje se s nimi lépe než s polarizátory ze stavebnice; velmi vhodné jsou čtverce o rozměrech cca 10 cm × 10 cm, ideálně 3 ks)</li></ul>

Toto je metodický list k aktivitě „Polarizace světla a Malusův zákon“, která je primárně zamýšlena jako dvouhodinové laboratorní cvičení pro SŠ studenty v předmětu fyzika.

Naleznete zde *tipy a vysvětlení* (psány kurzívou) k vedení tohoto laboratorního cvičení, přibližnou časovou náročnost jednotlivých částí a řešení úkolů z pracovního listu.

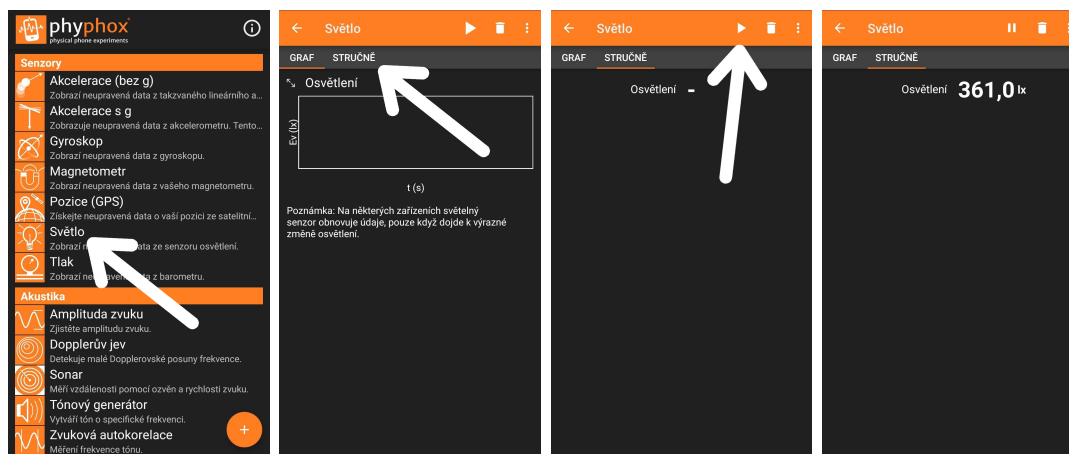
## Před hodinou

Před samotnou aktivitou je potřeba připravit si pomůcky a seznámit se s nimi. Vřele doporučujeme sestavit si aparaturu, na které studenti proměřují Malusův zákon, podle obrázku 2, během čehož se seznámíte i s jednotlivými moduly apod.

Zároveň je třeba vytisknout dostatečný počet pracovních listů. Jelikož jeden pracovní list má rozsah šest stran, doporučujeme tisknout oboustranně. Co se počtu pracovních listů týče, postačující je jeden pracovní list na skupinu. Tím, že si studenti při měření rozdělí role (měřič, zapisovatel apod.), mohou ušetřit čas, který lze poté věnovat na konceptuálnější úlohy, které pro proměření Malusova zákona následují.

---

<sup>1</sup>Počty pomůcek jsou vztaženy na skupinu studentů.



(a) Výběr senzoru

(b) Přepnutí na číslo

(c) Spuštění měření

(d) Probíhající měření

**Obrázek 1** Nastavení a spuštění měření luxmetru v aplikaci PhyPhox

Pro potřeby proměření závislosti intenzity světla na vzájemném natočení polarizátorů je rovněž potřeba mít připravené luxmetry. Je možné využít školní luxmetry. Pokud luxmetry k dispozici nejsou, je potřeba zařídit, aby měli studenti ve skupině nainstalovanou aplikaci s luxmetrem na nějakém zařízení (např. školní tablet nebo mobil některého ze studentů), která využívá luxmetr zabudovaný v zařízení.

V tomto ohledu doporučujeme aplikaci [PhyPhox](#), která je bezplatně dostupná jak pro zařízení se systémem [Android](#), tak [iOS](#).

Na tomto místě je vhodné upozornit, že ač by se mohlo zdát, že přístroje, které nosíme po kapsách, dovedou měřit mnoho různých veličin, přesvědčili jsme se při testování této aktivity, že tomu tak docela není. I když měly použité iPhony široký repertoár senzorů, luxmetr nebylo možné použít. Je tedy vhodné toto řešit se studenty s časovým předstihem.

V případě, že se rozhodnete využít luxmetry ve formě aplikace PhyPhox, uvádíme zde i jednoduchý návod s postupem, jak měření spustit, viz obrázek 1.

Po nainstalování aplikace ji spustíte a vyberete požadovaný senzor, v našem případě „Světlo“, na který kliknete. Vzápětí se vám na displeji otevře okno s grafem – to je však pro naše měření nevhodné, jelikož zobrazuje závislost intenzity na čase. Zaklikněte ještě v horní části okna pod nápisem „Světlo“ variantu „STRUČNĚ“, která místo grafu zobrazuje jen číselnou hodnotu. Ta však zatím není vidět, je třeba ještě stisknout ikonku s trojúhelníčkem v horním řádku, čímž se měření spustí a naměřená hodnota se zobrazí. V tento moment stačí luxmetr umístit do aparatury a dle instrukcí natáčet jeden z polarizátorů a zaznamenávat údaje z luxmetru.

Důležité je rovněž najít, kde se luxmetr na mobilu nachází. Většinou je jej možné nalézt na nad displejem, poblíž přední kamery. Jeho přítomnost umožňuje automaticky upravovat jas displeje v různých světelných podmínkách tak, aby byla obrazovka snadno čitelná. Při hledání senzoru tak doporučujeme nechat osvětlovat mobil zdrojem světla a hledat místo, které při osvětlení vykazuje nejvyšší změřenou intenzitu světla.



**Obrázek 2** Fotografie sestavené aparatury

## Úvod (5 min)

V úvodní části hodiny se studenti rozdělí do skupinek (optimální je práce ve dvojicích až trojicích, záleží na celkovém počtu studentů a množství stavebnic). Vyučující rozdává studentům:

- pracovní listy k aktivitě, které obsahují všechny potřebné informace, díky čemuž mohou studenti pracovat samostatně,
- stavebnice O3Q (viz obrázek 2) s moduly:
  - baterie,
  - LED,
  - polarizátor (4 ks),
  - stínítko,
  - deska, na níž se moduly umísťují,
- polarizační fólie (*nejsou nezbytné, ale velmi vhodné jsou čtverce o rozměrech cca 10 cm × 10 cm, ideálně 3 ks na skupinu*).

Pokud má vyučující k dispozici dostatek luxmetrů, rozdává je společně s dalšími pomůckami na začátku studentům. Jinak studenti využijí k měření mobilní telefony. Je třeba mít jeden funkční luxmetr na skupinu studentů.

## Úkoly 1.1 a 1.2 (10 min) – první kontakt s polarizátory

První dvojice úkolů je zaměřena na seznámení studentů s polarizátory.

*Pro plnění těchto úkolů (a dále ještě úkolu 2.2) doporučujeme použít polarizační fólie místo „kostkových“ polarizátorů ze stavebnice. S fóliemi se manipuluje snadněji než s „kostkami“ a rovněž se přes ně lépe pozoruje, kolik světla jimi projde.*

V rámci těchto úkolů studenti nejdříve volně pozorují různé objekty. Za pozornost určitě stojí displeje mobilů a chytrých hodinek (často jde o polarizované světlo), odrazy na lesklých předmětech jako je povrch lavice, okna a vodní hladina (odražené světlo je částečně polarizované), dále pak mraky na obloze (rozptýlené světlo je částečně polarizované) apod. Studenti na většinu přijdou sami při pozorování, resp. je na ně vyučující může navést.

### Řešení úkolu 1.1

Otáčením polarizační fólie při pozorování některých objektů (zapnutý displej mobilu a chytrých hodinek, monitor počítače, vodní hladina, odraz na skleněné desce nebo dřevěné lakované lavici, tj. celkem dobře odrazivých, ale ne přímo zrcadlových plochách) se tyto objekty zesvětlují či tmavnou. Mění se intenzita světla, která polarizační fólií projde.

*Změna intenzity světla při pohledu na odrazivé plochy přes otáčející se polarizační fólii je způsobena tím, že se světelný paprsek při dopadu na rozhraní dvou prostředí částečně polarizuje tak, že vektor elektrické intenzity  $\vec{E}$  odraženého paprsku kmitá zejména v rovině kolmé k rovině dopadu (pokud by paprsek na rozhraní dopadal pod tzv. Brewsterovým úhlem, je tato polarizace úplná). Díky tomu se při natáčení polarizační fólie u objektů, kde k takovým odrazům dochází, intenzita světla viditelného skrz fólii mění.*

### Řešení úkolu 1.2

Při pohledu skrz jednu fólii na druhou, kterou otáčíme, dochází k tmavnutí a zesvětlení, tj. zmenšuje se a zvětšuje se množství světla, které projde oběma filtry. Intenzita prošlého světla závisí na vzájemném pootočení fólií. Při vzájemném natočení polarizačních směrů polarizátorů o  $90^\circ$ , takové polarizátory nazýváme tzv. zkřížené, je ztmavnutí tak velké, že skrz dvojici fólií není téměř vidět.

*Cenově dostupné polarizační folie nejsou až tak kvalitní a světlo z velmi silných zdrojů, jako je Slunce či stropní svítidlo, může být pozorovatelné i přes dva polarizátory, které jsou zkřížené.*

### Úkoly 1.3 až 1.6 (25 min) – proměření Malusova zákona

Tato skupina úloh je zaměřena na proměření závislosti intenzity světla, které projde dvojicí polarizátorů, na úhlu jejich vzájemného natočení, zahrnuje samotné měření, zakreslování závislosti do grafu, diskuzi přesnosti měření a srovnání s teorií.

*V této části cvičení je rovněž důležité zvážit, zda změřené hodnoty před zakreslováním hodnot do grafu nějak upravovat, zda naměřili přímo  $I_0$ , což je maximální hodnota intenzity světla, které prošlo dvojicí polarizátorů a které pochází **pouze** ze zelené LED (není tedy zvětšena o intenzitu světla dalších zdrojů – tuto hodnotu je možno přímo naměřit při rovnoběžně nastavených polarizátorech v momentě, kdy při zkřížení těchto polarizátorů ukazuje luxmetr opravdu nulovou hodnotu), popř. jak ho z naměřených hodnot určit. Případně se nabízí před začátkem měření zakrýt aparaturu kusem látky či papíry tak, aby byla „rušivá“ intenzita odstraněna.*

### Řešení úkolů 1.3, 1.4 a 1.5

Tabulka 1 obsahuje naměřené hodnoty intenzity světla prošlého soustavou dvou polarizátorů. Měření probíhalo v místnosti, kde bylo dostatečně silné osvětlení, že luxmetr zaznamenával i při zkřížení polarizátorů nenulovou intenzitu  $I_{\min}$  (zelené buňky v tabulce), což nezpůsobilo světlo, které vycházelo ze zelené diody, nýbrž osvětlení v místnosti. Na toto je třeba při měření se studenty myslet. V úvahu potom přichází dva způsoby, jak tuto obtíž při měření a zakreslování závislosti do grafu vyřešit.

První z variant je, že do grafu vyneseme naměřené hodnoty tak, jak jsme je naměřili, aniž bychom cokoli upravovali (viz graf na obrázku 3). V tomto případě je pak dobré diskutovat, jestli graf skutečně odpovídá Malusovu zákona ve formě, v jaké je prezentován v pracovním listu, tj.  $I = I_0 \cos^2 \varphi$ , resp. zda se nejedná o obecnější variantu uvažující i rušivou intenzitu světla, tj.  $I = I_0 \cos^2 \varphi + I_{\min}$ .

Druhou variantou je, že před vynášením do grafu provedeme korekci naměřených hodnot tak, aby změřené intenzity odpovídaly jen intenzitám světla prošlého polarizátory, tj. odečteme „rušivé“ intenzity v místnosti (viz graf na obrázku 4). I zde je vhodné se studenty diskutovat, proč je taková úprava naměřených dat před jejich zpracováním vhodná..

Při volbě měřítka je potom třeba přihlídnout jednak k přístupu ke korekci popsaném výše, jednak k maximální a minimální naměřené hodnotě.

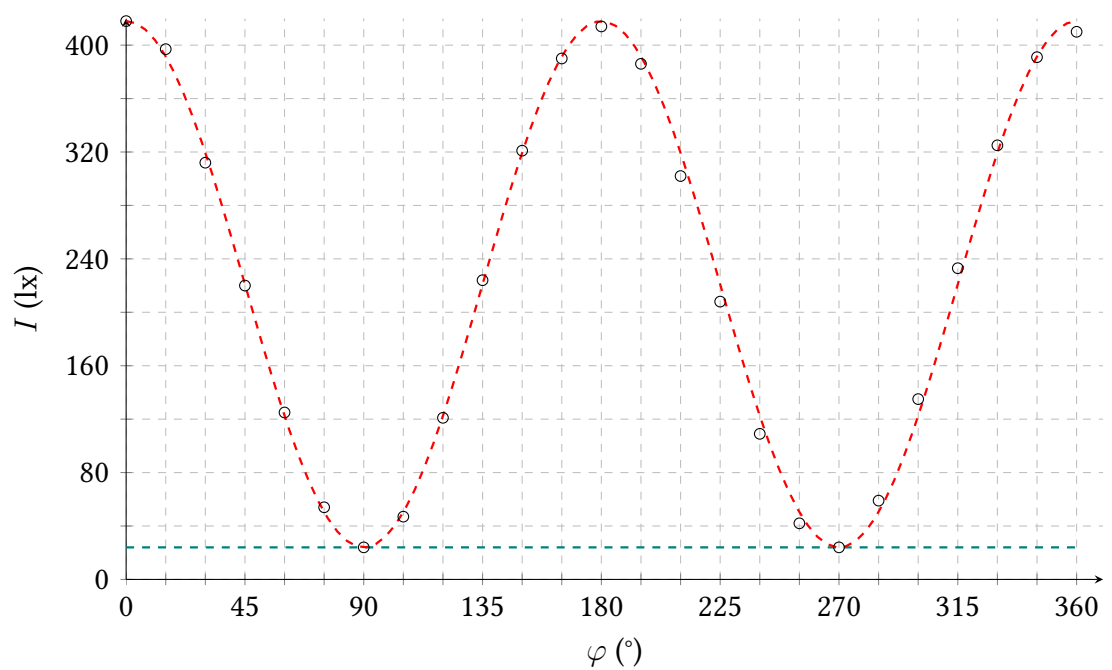
### Řešení úkolu 1.6

Možnými důvody nepřesného měření závislosti intenzity na vzájemném natočení polarizátorů je:

- nepřesné nastavení úhlu na polarizátoru (nepřesnost studentova, resp. polarizátoru samotného, který má stupnici po  $15^\circ$ ),
- chybně sestavený polarizátor (nepřesné nastavení fólie nebo úhlové stupnice výrobcem),
- chybně měřící luxmetr,
- změna polohy luxmetru či zdroje světla (diody) během měření, atd.

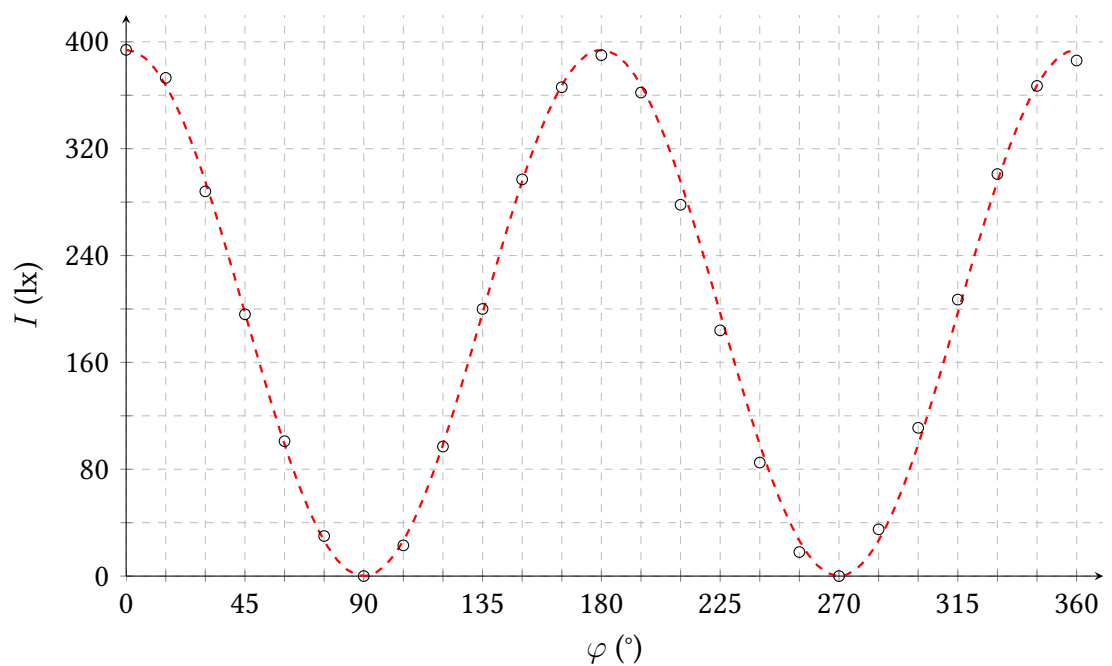
$\varphi$ ( $^\circ$ )	0	15	30	45	60	75	90	105	120
$I$ (lx)	418	397	312	220	125	54	24	47	121
$\varphi$ ( $^\circ$ )	135	150	165	180	195	210	225	240	255
$I$ (lx)	224	321	390	414	386	302	208	109	42
$\varphi$ ( $^\circ$ )	270	285	300	315	330	345	360		
$I$ (lx)	24	59	135	233	325	391	410		

**Tabulka 1** Naměřené hodnoty (Malusův zákon)



○ měření bez korekce; --- rušivá intenzita světla; --- teorie + rušivá intenzita

**Obrázek 3** Příklad zakreslení naměřených hodnot do grafu bez provedené korekce



○ měření s korekcí; --- teorie

**Obrázek 4** Příklad zakreslení naměřených hodnot do grafu s provedenou korekcí

## Úkoly 2.1 až 2.5 (25 min) – úlohy pro tři a čtyři polarizátory

Sekce úloh *Hrátky s polarizátory* umožňuje studentům aplikovat získané zkušenosti z předchozích úloh a nutí je vytvářet hypotézy ohledně nastavení polarizátorů tak, aby bylo splněno zadání, a až následně si svou hypotézu ověřit pomocí stavebnice.

*Pro plnění úkolu 2.2 doporučujeme použít polarizační fólie místo „kostkových“ polarizátorů ze stavebnice. Zároveň po proměření Malusova zákona není potřeba používat luxmetry a tyto úkoly tedy doporučujeme spíše řešit porovnáváním intenzity světla na stínítku pomocí očí.*

V metodickém (i v pracovním) listu používáme následující značení. Polarizátory, umístěné za sebe budeme označovat  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  a  $P_4$  v pořadí, jakým jimi prochází světlo z LED diody. Přitom doplníme, že pokud se v textu objeví např. zápis  $P_2 = 30^\circ$ , znamená to, že polarizátor  $P_2$  je natočen tak, že na stupnici je nastaveno  $30^\circ$ .

### Řešení úkolu 2.1

Intenzita prošlého světla při obráceně umístěném polarizátoru je stejná (v rámci přesnosti měření) jako u původního umístění.

### Řešení úkolu 2.2

Objekty při pohledu skrz tři polarizátory tmavnou a zesvětlují se. Navíc i pokud jsou dvě fólie nastaveny tak, že přes ně není vidět, a je mezi ně poté vložena třetí fólie, je při jejich určitém natočení skrz trojici opět vidět.

### Řešení úkolu 2.3

Pokud jsou polarizátory  $P_1$  a  $P_3$  zkřížené, je při vhodném natočení  $P_2$  přes polarizátory opět vidět.

*Zdůvodnění můžeme nalézt za pomoci Malusova zákona. Označme  $I_0$ ,  $I_1$  a  $I_2$  po řadě intenzitu polarizovaného světla, které prochází prvním, druhým a třetím polarizátorem. Dále označme  $\varphi$  úhel, který navzájem svírají polarizátory  $P_1$  a  $P_2$ , na úhel mezi polarizátory  $P_2$  a  $P_3$  tedy zbývá  $(90^\circ - \varphi)$ , jelikož polarizátory  $P_1$  a  $P_3$  jsou zkřížené. Uvažujme přitom  $\varphi$  takové, že  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ .*

*Z Malusova zákona pro polarizátory  $P_1$  a  $P_2$  tedy plyne rovnost  $I_1 = I_0 \cos^2 \varphi$ , pro polarizátory  $P_2$  a  $P_3$  potom  $I_2 = I_1 \cos^2(90^\circ - \varphi)$ . Dosazením  $I_1$  z první rovnosti do druhé dostaneme vztah pro intenzitu  $I_2$  v závislosti na úhlu  $\varphi$*

$$I_2 = I_0 \cos^2 \varphi \cdot \cos^2(90^\circ - \varphi),$$

*kterou lze např. pomocí součtových vzorců pro funkci kosinus upravit na tvar*

$$I_2 = I_0 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \quad \text{resp.} \quad I_2 = \frac{I_0}{4} \sin^2 2\varphi.$$

*Odtud lze snadno vyčíst, že intenzita  $I_2$  je nulová pro  $\varphi = 0^\circ$ , popř.  $90^\circ$ . Tato skutečnost odpovídá natočení polarizátoru  $P_2$ , při němž je zkřížený s jedním z polarizátorů  $P_1$ , nebo  $P_3$ . Mimo tyto polohy je však intenzita  $I_2$  nenulová a svého maxima nabývá pro  $\varphi = 45^\circ$ , tedy v případě, kdy jsou velikosti úhlů mezi sousedními polarizátory stejné.*



### Řešení úkolu 2.4

Abychom na luxmetru naměřili nejvyšší možnou intenzitu, je třeba zbývající polarizátor nastavit následujícím způsobem:

- (a)  $P_2 \in \{0^\circ, 180^\circ\}$ ,
- (b)  $P_2 \in \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$ ,
- (c)  $P_3$  může být libovolně nastaven, první dva polarizátory jsou zkřížené a intenzita prošlého světla bude stále nulová.

### Řešení úkolu 2.5

- (a) Abychom na luxmetru naměřili nejvyšší možnou intenzitu, je třeba zbývající dva polarizátory nastavit tak, aby platilo  $P_2 \in \{15^\circ, 195^\circ\}$  a zároveň  $P_3 \in \{30^\circ, 210^\circ\}$ .<sup>2</sup>
- (b) Chceme-li naměřit nejdříve co nejnižší intenzitu, musíme některé sousední polarizátory zkřížit (přitom to nemohou být dva prostřední, jelikož při jejich následném prohození by intenzita prošlého světla byla stále nulová).

Lze tedy zkřížit buď polarizátory  $P_1$  a  $P_2$ , nebo polarizátory  $P_3$  a  $P_4$ . V obou případech nám zbývá najít nastavení posledního polarizátoru  $P_3$ , resp.  $P_2$ . K nastavení posledního polarizátoru využijeme skutečnosti, že nejvyšší intenzitu světla naměříme, pokud budou **po prohození** úhly natočení mezi dvojicemi sousedních polarizátorů stejné.

Pojďme si nyní výše popsané úvahy ilustrovat na konkrétních číslech ze zadání. Je dáno, že  $P_1 = 0^\circ$  a  $P_4 = 225^\circ$ . Pojďme zkřížit polarizátory  $P_1$  a  $P_2$ . Platí tedy, že  $P_2 = 90^\circ$  (nebo  $P_2 = 270^\circ$ ). Zbývá tedy nastavit polarizátor  $P_3$ , ten přitom nastavíme tak, aby po vzájemném prohození polarizátorů  $P_2$  a  $P_3$  byla naměřena co nejvyšší intenzita (po prohození polarizátorů máme soustavu  $P_1 P_3 P_2 P_4$ ). Nejvyšší změřené intenzity světla docílíme tím, že úhly mezi dvojicemi  $P_1 = 0^\circ$  a  $P_3$  a dvojicí  $P_3$  a  $P_2 = 90^\circ$  budou stejné, tedy  $P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2} = 45^\circ$  (nebo tomu odpovídající  $P_3 = 225^\circ$ ).

Druhá část výpočtu by šla obdobně provést pro  $P_2 = 270^\circ$  a celý výpočet pak i pro zkřížení polarizátorů  $P_3$  a  $P_4$ .

Možná řešení jsou tedy:

- zkřížení  $P_1$  a  $P_2$ :  $P_2 \in \{90^\circ, 270^\circ\}$  a zároveň  $P_3 \in \{45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ\}$ ,
- zkřížení  $P_3$  a  $P_4$ :  $P_2 \in \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$  a zároveň  $P_3 \in \{135^\circ, 315^\circ\}$ .

### Výzva (10 min)

Výzva je rozšiřující úloha na závěr, k níž lze přistupovat více způsoby – buď čistě teoreticky, nebo vzít do úvah i „nedokonalosti“ skutečných polarizátorů. Když v hodině již nezbyde na její řešení čas, je možné ji ponechat na rozmyšlení za domácí úkol.

<sup>2</sup>Pomocí barev jsou naznačena související řešení.



## Řešení výzvy

Pokud bychom uvažovali ideální polarizátory, které nijak neodrážejí a neabsorbují světlo se „správnou“ polarizací, pak by bylo optimální použít nekonečně mnoho polarizátorů, které by byly vzájemně otočeny o stejný úhel (a v takovém nastavení při použití tolika polarizátorů je výsledná intenzita rovna intenzitě polarizovaného světla vstupujícího do prvního polarizátoru).

*Lze to ukázat pomocí Malusova zákona, který tentokrát aplikujeme na  $n$  dvojic sousedních polarizátorů v soustavě  $n + 1$  polarizátorů (a  $n$  budeme uvažovat velké). Jsou-li polarizátory  $P_1$  a  $P_{n+1}$  navzájem natočeny o  $45^\circ$  a chceme, aby velikost úhlu mezi každými dvěma sousedními polarizátory byla stejná, pak úhel mezi každými dvěma sousedními polarizátory bude nutně  $\frac{45^\circ}{n}$ .*

Nyní zbývá aplikovat Malusův zákon na tuto soustavu  $n + 1$  polarizátorů – pro trojici polarizátorů jsme tento proces provedli v řešení úkolu 2.3 – zde bychom postupovali analogicky a dostali bychom se ke vztahu pro intenzitu světla vystupujícího z posledního polarizátoru

$$I_n = I_0 \cos^{2n} \frac{45^\circ}{n}.$$

Pokud budeme dosazovat do tohoto vzorce různá  $n \in \mathbb{N}$ , zjistíme, že se výsledná intenzita  $I_n$  blíží s  $n$  jdoucím do nekonečna k  $I_0$ . Podíl  $I_0$  a  $I_n$  je pro některá  $n$  přibližně spočten v tabulce 2.

$n$	1	2	3	4	5	...	100	...	$\rightarrow \infty$
$I_n/I_0$	0,50	0,73	0,81	0,86	0,88	...	0,994	...	1

**Tabulka 2** Podíl konečné intenzity světla vzhledem k počáteční pro různá  $n$

Reálně ovšem i k těmto nežádoucím jevům při použití levných polarizačních filtrů či fólií dochází a nejvyšší intenzitu luxmetr naměří při použití dvou až tří polarizátorů, které jsou navzájem pootočený vždy o stejný úhel.