

# NAKLONĚNÁ ROVINA A KYVADLO – ROZUMÍME JIM?

Václav Piskač

Gymnázium tř.Kpt.Jaroše, Brno

**Abstrakt:** příspěvek je zaměřen na dva běžně používané fyzikální modely – nakloněnou rovinu a matematické kyvadlo. U obou rozebírá možnosti, jak je ve škole zavést a se studenty podrobně rozebrat. Pečlivá práce s jejich zavedením se učiteli vyplatí v další výuce.

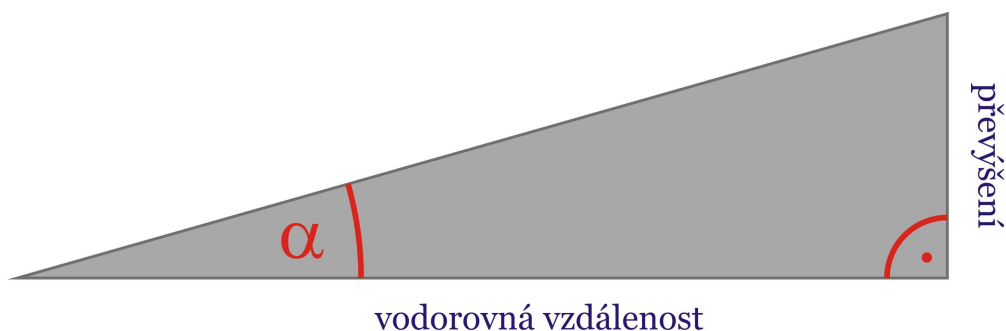
**Klíčová slova:** nakloněná rovina, rozklad síly, matematické kyvadlo

## Úvod

Při výuce často používáme fyzikální modely, které nám připadají jasné a srozumitelné. Proto nevěnujeme patřičnou pozornost jejich zavedení. Pro naše žáky však jasné a srozumitelné být nemusí. Jsem přesvědčen o tom, že důležité fyzikální modely jako nakloněná rovina a matematické kyvadlo vyžadují podrobné a pečlivé zavedení podložené experimenty.

## 1. Sklon roviny

Sklon roviny (měřený vůči vodorovné rovině) je možné udávat buďto ve stupních nebo v procentech (promilích). Ve druhém případě jde o vyjádření toho, o kolik procent z vodorovné vzdálenosti rovina stoupá (jde vlastně o tangens úhlu sklonu).

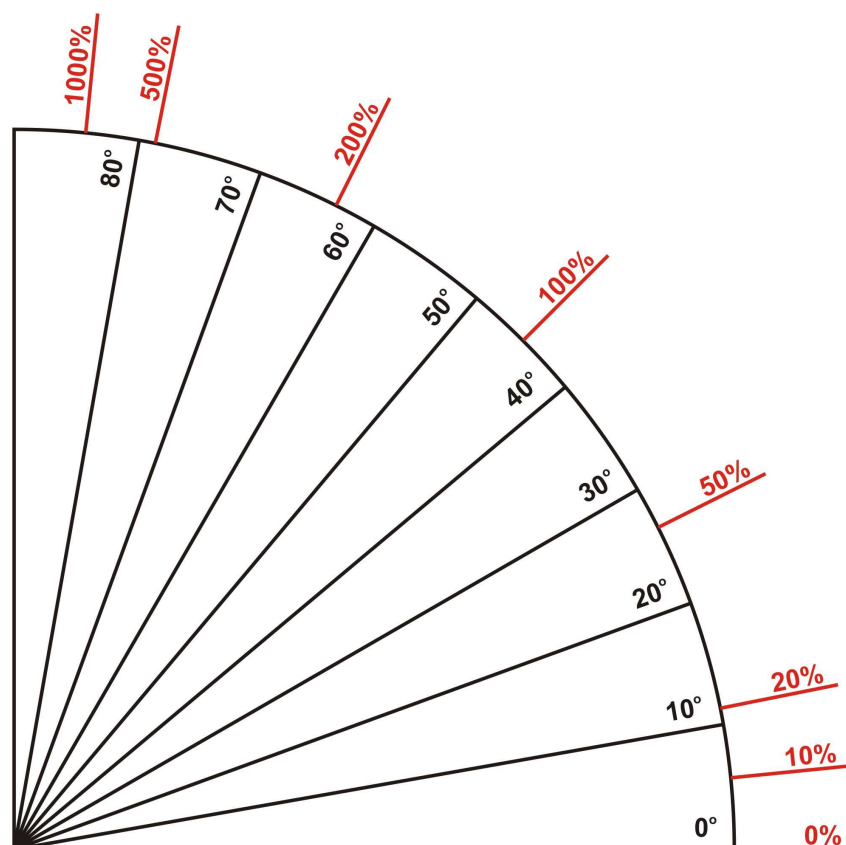


Obrázek 1: Sklon roviny

V praxi se často udává sklon v procentech – neznalost chování funkce tangens vede k chybným představám o sklonu roviny. Např. 100% sklon odpovídá ve skutečnosti úhlu  $45^\circ$ .

Nakloněné roviny v běžném životě dosahují překvapivě malých sklonů. Slavná „Štrbská rampa“ na trati Žilina – Košice má v nejstrmějším úseku sklon 16‰, tj. úhel  $1^\circ$ . Ozubnicová trať Tanvald-Kořenov v Jizerských horách má maximální sklon 3,3° (5,8%), v současnosti se na ní jezdí adhezně (tj. bez použití ozubnice).

Zubačka na Štrbské Pleso má v největším stoupání sklon  $7^\circ$  (13%), lanovka na Hrebienok  $9^\circ$  (16%).



Obrázek 2: Úhel a procenta

Většinu žáků překvapí údaje o sklonech lyžařských sjezdovek: modré sjezdovky mají sklon nejvýše 16° (25%), červené 22°(40%) a černé dosahují v extrémních případech až 45° (100%).

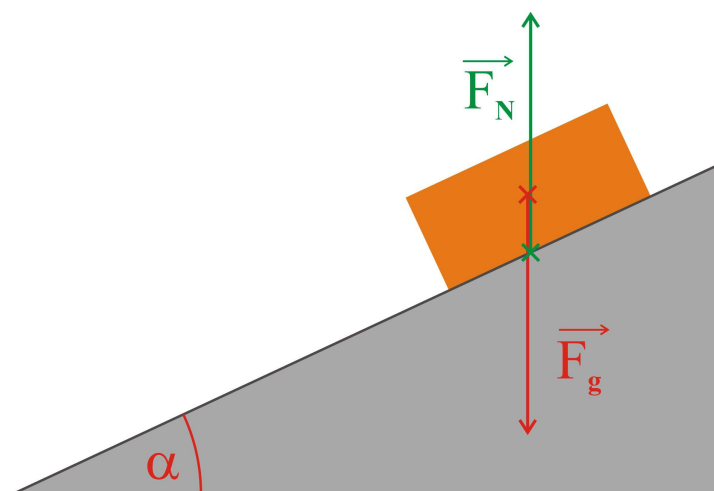
## 2. Síly působící na těleso na nakloněné rovině

Úvahy o silách působících na těleso na nakloněné rovině začínám jednoduchým měřením. Na desku položím vozík o známé hmotnosti (0,5 kg) a zavěším ho na siloměr. Postupně nakláním desku a měřím, jak velká síla směřující podél desky je nutná k jeho udržení.

Pro nejjednodušší úvahy stačí demonstrovat fakt, že čím větší je sklon desky, tím větší silou musíme působit.

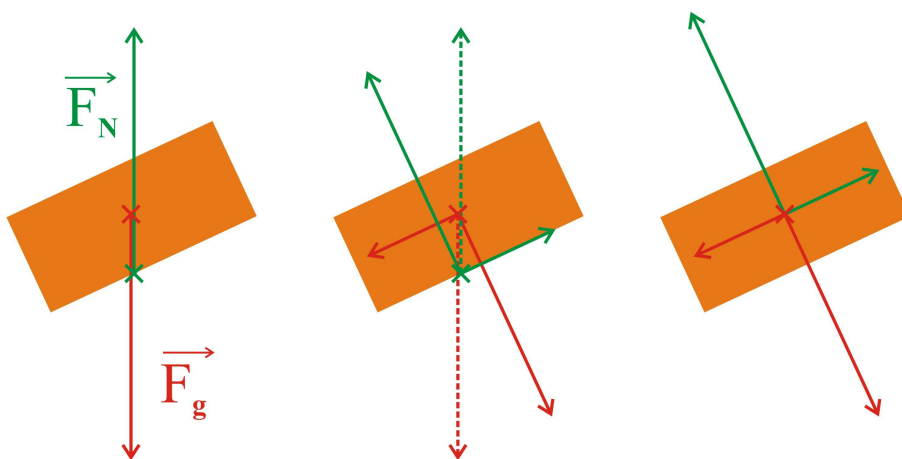
Pokud k desce uchytím papírový úhломěr doplněný olovnicí, mohu měřit i sklon desky a sestavit závislost síly na úhlu sklonu. Podrobnosti viz [1].

Pro podrobný rozbor sil doporučuji začít rozбором situace, kdy těleso leží na nakloněné rovině a je v klidu. V tomto případě musí rovina působit na těleso silou opačnou k síle tíhové.



Obrázek 3: Těleso v klidu

Těleso chci přesouvat podél roviny – rozložíme obě síly (tj. sílu tíhovou i sílu, kterou působí rovina na těleso) do směru roviny a do směru kolmého k rovině.



Obrázek 4: Rozklad sil

Složky tíhové síly jsou pevně dány hmotností tělesa a náklonem roviny. Nebudu uvažovat situace, kdy se těleso boří do roviny nebo od ní odskakuje – složky obou sil kolmé k rovině jsou proto vždy stejně velké.

Složka síly, kterou působí rovina na těleso ve svém směru, brání tělesu v pohybu – je tím, co běžně označujeme „třecí síla“. Pokud mohu zanedbat tření (například při použití míče nebo vozíku), působí rovina na těleso pouze ve směru kolmém k rovině.

Teoretické úvahy lze elegantně ověřit pomocí vozíku poháněného vrtulí. Tah vrtule mohou považovat za konstantní sílu a tření mezi vozíkem a rovinou mohou zanedbat. Vozík umístím na vodorovnou desku a zapnu vrtuli – vozík se ochotně rozjede. Když začnu desku naklánět, vozík je do určitého sklonu ochoten jet nahoru, poté stojí na místě (i když je zapnutá vrtule) a při dalším zvětšování náklonu dokonce sjíždí z roviny dolů. Podrobnosti viz [1].

### 3. Síly působící na nakloněnou rovinu

Běžně se rozebírají síly, kterými působí rovina na těleso. Vozík s namontovanou šikmou deskou umožňuje demonstrovat sílu, kterou působí těleso na nakloněnou rovinu.

Když na desku umístím těleso tak, aby zůstalo v klidu (tj. autíčko přivážu k desce nití), působí rovina na autíčko svisle vzhůru, a proto působí autíčko na rovinu svisle dolů. Soustava je v klidu.

Když přepálím nit, autíčko se rozjede. Při tom na něj působí rovina ve směru kolmém k sobě – autíčko působí na rovinu kolmo k ní. Tato síla směřuje šikmo dozadu – vozík se rozjede dozadu.



Obrázek 5: Vozík s nakloněnou rovinou

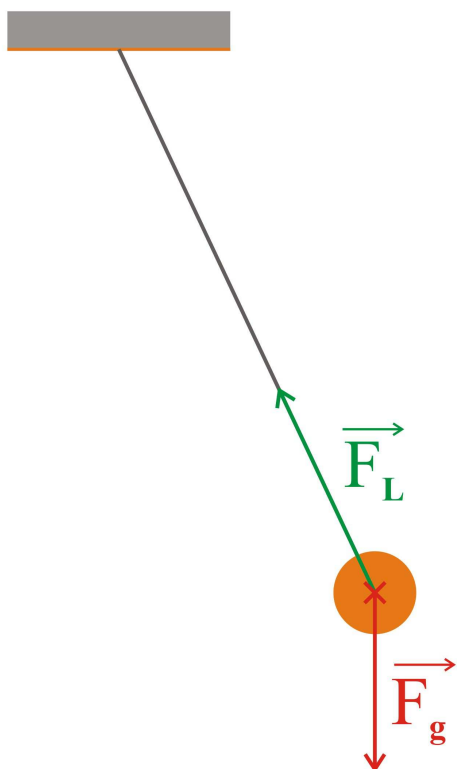
### 4. Matematické kyvadlo

V učebních textech bývá matematické kyvadlo definováno jako hmotný bod zavěšený na nehmotné niti. Většina učitelů naštěstí dodá, že se jedná o malé, těžké těleso na dlouhém a lehkém závěsu.

Úvahy začínám pomocí sady 16 kyvadel. Kyvadla mají 4 různé délky rozlišené barvou provázku, jsou tvořena 4 různými velikostmi ocelových matic. Díky tomu je v sadě 16 různých kyvadel. Kyvadla rozdělím mezi žáky – drží jejich konce v prstech a pomocí stopek (mobilních telefonů) měří periodu jejich kmitů. Po chvíli mi nahlásí výsledky. Zjistí, že perioda výrazně závisí na délce závěsu, hmotnost kyvadla ji prakticky neovlivňuje.

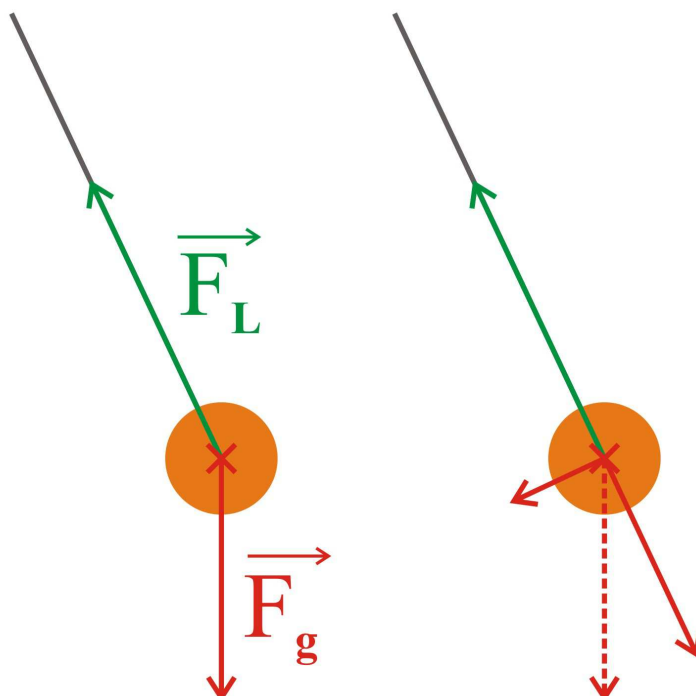
Po proměření různých délek kyvadla a zanesení závislosti do grafu je možné odvodit, že perioda kmitů je úměrná odmocnině délky kyvadla. Na střední škole bohužel nemůžeme vztah pro periodu odvodit – žákům ho sdělíme jako „pravdu“.

Pro úvahy o kyvadle je vhodné mít v učebně kyvadlo zavěšené na niti od stropu – při délce závěsu několik metrů má dostatečně dlouhou periodu na to, aby učitel mohl v klidu komentovat děje během celé periody.



Při rozboru sil působících na kyvadlo začínám tím, že na něj působí tíhová síla a síla závěsu. Tíhovou sílu mohu rozložit do směru závěsu a do směru k němu kolmé. Pokud kyvadlo nevisí na gumě nebo na pružině, mohu předpokládat, že se délka závěsu nemění – tj. složka tíhové síly ve směru závěsu je (pokud je kyvadlo v klidu) stejně velká jako tahová síla závěsu. Výrazná změna nastává, pokud je kyvadlo v pohybu – pohybuje se po části kružnice, a proto na něj musí působit dostředivá síla. Tj. tahová síla závěsu je větší než složka tíhové síly v jejím směru (s výjimkou krajních výchylek kyvadla).

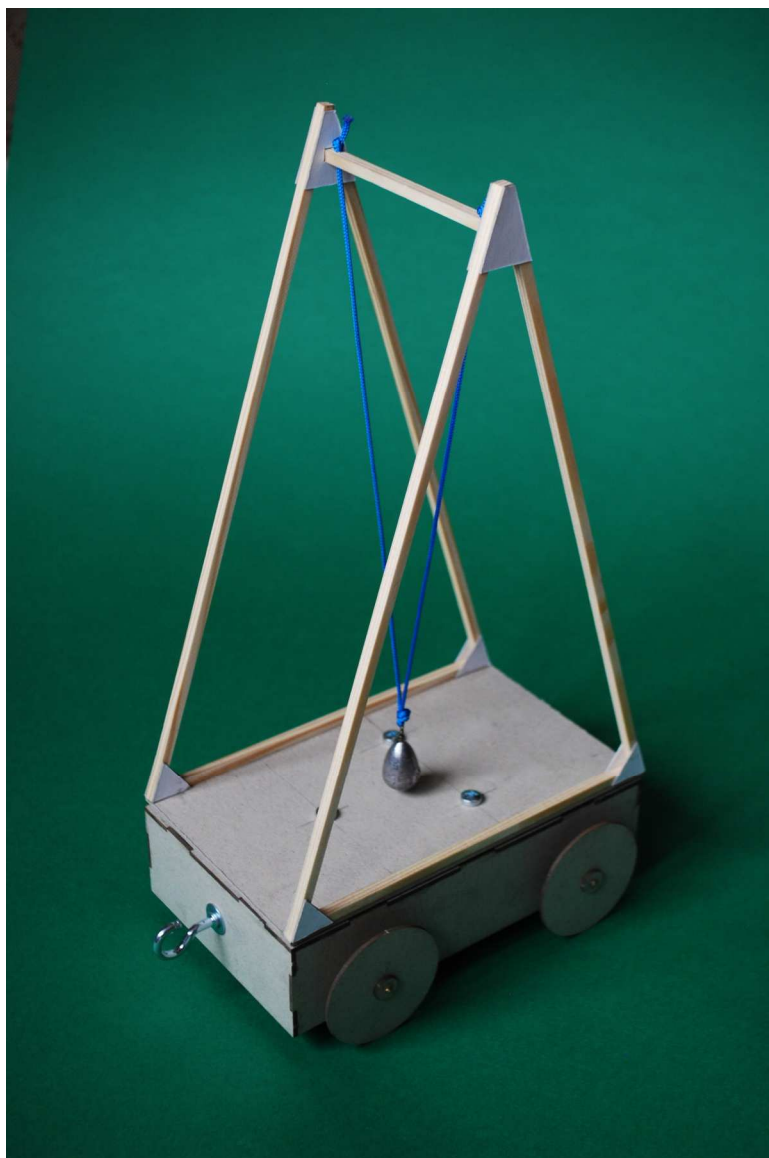
Obrázek 6: Matematické kyvadlo



Obrázek 7: Rozklad síly

## 5. Síly působící na závěs kyvadla

Závěs působí silou na kyvadlo, a proto taky působí kyvadlo silou na závěs. Demonstrovat to mohou pomocí vozíku, na kterém je uchycen stojan s kyvadlem. Kyvadlo vychýlím a pustím – vozík se pohybuje opačným směrem než kyvadlo (kmitá s ním „v opačné fázi“).



Obrázek 8: Vozík s kyvadlem

Na tomto experimentu lze krásně ukázat princip zachování energie. Když vozík zablokujeme rukou a rozkvíveme kyvadlo, kývá dlouhou dobu (ztráty energie jsou minimální). Když jej ale pustíme, aby se mohl pohybovat, kyvadlo se po několika kyvech zastaví. Jeho energie se totiž předává vozíku a ten ji ztrácí vlivem tření.

### Závěr

Pokud je to možné, zprostředkujte svým žákům osobní zkušenost s nakloněnou rovinou a matematickým kyvadlem – nechejte je tlačit osobní auto i s posádkou do mírného kopce, vyrobte kyvadla, která budou viset z oken ve vyšších patrech školy, nechejte je měřit veličiny spojené s oběma fyzikálními modely. V další výuce se vám tato námaha určitě vyplatí.

## **Literatura**

[1] PISKAČ, V.: Vozík na nakloněné rovině. [online]. Brno: 2013. [citované 1. prosince 2013], Dostupné na:  
<[http://fyzikalnisuplik.websnadno.cz/mechanika/vozik\\_na\\_naklonene\\_rovine.pdf](http://fyzikalnisuplik.websnadno.cz/mechanika/vozik_na_naklonene_rovine.pdf)>

## **Adresa autora**

Mgr. Václav Piskač  
Gymnázium třída Kapitána Jaroše, Brno  
třída Kapitána Jaroše 14, 658 70 Brno, Česká republika  
[vaclav.piskac@seznam.cz](mailto:vaclav.piskac@seznam.cz)